GAN00140 – Álgebra Linear -G1– 2018.2 - Profa. Ana Maria Luz F. Amaral
GAN00007 – Introdução à Álgebra Linear -B1– 2018.2

Gabarito - Lista 3

"…cabe ao professor colocar-se como ponte entre aluno e conhecimento e cabe ao aluno participar ativamente desse processo." - Vanessa C. Bulgraen

Revista Conteúdo, Capivari, v.1, n.4, ago./dez. 2010 – ISSN 1807-9539

1) $A = \begin{bmatrix} 4/5 & -3/5 \\ -1/5 & 2/5 \end{bmatrix}$.

2) $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$

3) Calcule o valor de k para que a matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & k \end{pmatrix}$ não tenha inversa.

Solução.
A condição para que A não tenha inversa é que seu determinante seja igual à zero.
Ou seja, $5k - 8 = 0 \Rightarrow k = \dfrac{8}{5}$.

4) Seção 1.5: Ver nos arquivo exerc_anton_sec1_5.pdf , seção 1.6: encontra-se na parte final deste gabarito

5) Quando os elementos da diagonal principal são todos não nulos e sua inversa é

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2^{-1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_n^{-1} \end{bmatrix}.$$

6) $D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$, $D^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$, $D^{-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/16 \end{bmatrix}$

7) Ver demonstração do Teorema 1.6.1 do Anton.

8) Os dois sistemas têm a mesma matriz de coeficientes. Se nós aumentarmos esta matriz de coeficientes com as colunas das constantes à direita nestes sistemas, obteremos

$$\left[\begin{array}{ccc|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 8 & 9 & -6 \end{array}\right]$$

Reduzindo esta matriz à forma escalonada reduzida por linhas, obtemos (verifique)

$$\left[\begin{array}{ccc|c|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{array}\right]$$

Segue-se das duas últimas colunas que a solução do sistema a) é x=1,y=0 e z=1, do sitema b) é x=2,y=1 e z=-1.

9) Quando escalonamos a matriz aumentada obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -40b_1+16b_2+9b_3 \\ 0 & 1 & 0 & 13b_1-5b_2-3b_3 \\ 0 & 0 & 1 & 5b_1-2b_2-b_3 \end{bmatrix}$$

Neste caso não há restrições sobre b_1,b_2, b_3, ou seja o sistema Ax=b tem uma única solução para qualquer b

$x_1= -40b_1+16b_2+9b_3$, $x_2= 13b_1-5b_2-3b_3$, $x_3= 5b_1-2b_2-b_3$.

Observe que a partir da matriz acima é possível identificar A^{-1}.

- **Álgebra Linear com Aplicações, H. Anton e C. Rorres, Bookman, 2001.**

CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.6 [página 64]

1. $x_1 = 3, x_2 = -1$ **2.** $x_1 = -3, x_2 = -3$ **3.** $x_1 = -1, x_2 = 4, x_3 = -7$

4. $x_1 = 1, x_2 = -11, x_3 = 16$ **5.** $x_1 = 1, x_2 = 5, x_3 = -1$

6. $w = -6, x = 1, y = 10, z = -7$ **7.** $x_1 = 2b_1 - 5b_2, x_2 = -b_1 + 3b_2$

8. $x_1 = -\frac{15}{2}b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{5}{2}b_3, x_2 = \frac{1}{2}b_1 + \frac{1}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3, x_3 = \frac{5}{2}b_1 - \frac{1}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3$

9. **(a)** $x_1 = \frac{16}{3}, x_2 = -\frac{4}{3}, x_3 = -\frac{11}{3}$ **(b)** $x_1 = -\frac{5}{3}, x_2 = \frac{5}{3}, x_3 = \frac{10}{3}$
(c) $x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = -4$

11. **(a)** $x_1 = \frac{22}{17},\ x_2 = \frac{1}{17}$ **(b)** $x_1 = \frac{21}{17},\ x_2 = \frac{11}{17}$

12. **(a)** $x_1 = -18,\ x_2 = -1,\ x_3 = -14$ **(b)** $x_1 = -\frac{421}{2},\ x_2 = -\frac{25}{2},\ x_3 = -\frac{327}{2}$

13. **(a)** $x_1 = \frac{7}{15},\ x_2 = \frac{4}{15}$ **(b)** $x_1 = \frac{34}{15},\ x_2 = \frac{28}{15}$ **(c)** $x_1 = \frac{19}{15},\ x_2 = \frac{13}{15}$ **(d)** $x_1 = -\frac{1}{5},\ x_2 = \frac{3}{5}$

14. **(a)** $x_1 = 18,\ x_2 = -9,\ x_3 = 2$ **(b)** $x_1 = -23,\ x_2 = 11,\ x_3 = -2$
(c) $x_1 = 5,\ x_2 = -2,\ x_3 = 0$

15. **(a)** $x_1 = -12 - 3t,\ x_2 = -5 - t,\ x_3 = t$ **(b)** $x_1 = 7 - 3t,\ x_2 = 3 - t,\ x_3 = t$

16. $b_1 = 2b_2$ **17.** $b_1 = b_2 + b_3$ **18.** Nenhuma restrição **19.** $b_1 = b_3 + b_4, b_2 = 2b_3 + b_4$

21. $X = \begin{bmatrix} 11 & 12 & -3 & 27 & 26 \\ -6 & -8 & 1 & -18 & -17 \\ -15 & -21 & 9 & -38 & -35 \end{bmatrix}$

22. **(a)** Somente a solução trivial $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$; invertível.
(b) Infinitas soluções; não invertível.