

Lista de Exercícios 5 – Espaços Vetoriais – Parte I

Para reflexão: 10 competências que todo profissional vai precisar até 2020: Resolução de problemas complexos, Pensamento crítico, Criatividade, Gestão de pessoas, Coordenação, Inteligência Emocional, Capacidade de julgamento e de tomada de decisões, Orientação para servir, Negociação, Flexibilidade cognitiva. (Quer saber mais: <https://exame.abril.com.br/carreira/10-competencias-que-todo-profissional-vai-precisar-ate-2020/>)

1- Álgebra Linear com Aplicações, H. Anton e C. Rorres, Bookman, 2001. Seção 5.1: 25,27

2- Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

- a) O conjunto vazio é linearmente independente. ()
- b) Todo conjunto que contém o vetor nulo é L.I. ()
- c) Todo conjunto que tem um subconjunto L.D. é L.D. ()
- d) Todo subconjunto de um conjunto L.I. é L.I. ()
- e) Se um vetor de um conjunto é combinação linear de outros vetores desse conjunto, então o conjunto é L.I. ()
- f) A interseção de dois conjuntos linearmente independentes é linearmente independente - podendo ser o conjunto vazio. ()
- g) A interseção de um número qualquer de conjuntos linearmente independentes não é linearmente independente. ()
- h) A dimensão de qualquer subespaço S do \mathbb{R}^3 só poderá ser 0, 1, 2 ou 3. ()
- i) $\dim \{0\} = 0$. ()
- j) Seja $V = U \oplus W$, então $\dim V \neq \dim U + \dim W$. ()
- k) Se $\dim V = n$, um subconjunto de V com n vetores é L.D. ()

3- Verifique se as linhas da matriz abaixo são L.I. ou L.D.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Dica: Você pode usar o seguinte resultado: “As linhas não-nulas de uma matriz na forma escalonada são L.I.”, ou escrever as linhas ou colunas da matriz como vetores e usar as técnicas dadas em sala

4- Determine se os seguintes vetores formam uma base do espaço vetorial \mathbb{R}^3 :

- a) (1, 1, 1) e (1, -1, 5)
- b) (1, 1, 1), (1, 2, 3) e (2, -1, 1)
- c) (1, 2, 3), (1, 0, -1), (3, -1, 0) e (2, 1, -2)
- d) (1, 1, 2), (1, 2, 5) e (5, 3, 4)

5 - Determine a dimensão e uma base do espaço vetorial $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x - y - 2z = 0\}$

6- Para qual valor de “k” será o vetor $u = (1, -2, k)$ de \mathbb{R}^3 uma combinação linear dos vetores $v = (3, 0, -2)$ e $w = (2, -1, -5)$?

7 -

Determine “m” para que o conjunto

$\{(2, -3, 2m), (1, 0, m + 4), (-1, 3, m - 2)\}$ seja L.I.

8. - Expresse o vetor $u = (-1, 4, -4, 6) \in \mathbb{R}^4$ como combinação linear dos vetores $v_1 = (3, -3, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, -1, 2)$ e $v_3 = (1, -1, 0, 0)$.
9. - Determine os subespaços do \mathbb{R}^3 gerados pelos seguintes conjuntos:
- (a) $A = \{(2, -1, 3)\}$.
- (b) $A = \{(-1, 3, 2), (2, -2, 1)\}$.
- (c) $A = \{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (-1, 1, 0)\}$.
10. - Determine o valor de "k" para que o conjunto $\{(1, 0, -1), (1, 1, 0), (k, 1, -1)\}$ seja LI.
11. - Determine uma base para cada um dos seguintes espaços vetoriais:
- (a) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; y = 2x\}$
- (b) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3, x + y = 0\}$
- (c) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 2x - y + 3z = 0\}$
- (d) $S = \{(x, y, x); x, y \in \mathbb{R}\}$
- (e) $S = \{(x, y, z, w); x - 3y + z = 0\}$
- (f) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x = 3y, e z = -y\}$
12. - Encontre a dimensão e o espaço gerado por:
- (i) $(1, -2, 3, -1)$ e $(1, 1, -2, 3)$.
- (ii) 3 e -3 .
- (iii) $t^3 - 2t^2 + 5$ e $t^2 + 3t - 4$.
13. - Seja o conjunto $A = \{w_1, w_2\}$, sendo $w_1 = (-1, 3, -1)$, $w_2 = (1, -2, 4)$. Determine:
- (a) O subespaço S gerado pelo conjunto A .
- (b) O valor de "k" para que o vetor $w = (5, k, 11)$ pertença à S .
14. - Considere $S = [(2, 1, 0), (1, -1, 2), (0, 3, -4)]$, o subespaço do \mathbb{R}^3 gerado pelos vetores $(2, 1, 0)$, $(1, -1, 2)$ e $(0, 3, -4)$. Determine sua equação.