Universidade Federal Fluminense — Instituto de Matemática

P2 de Álgebra Linear – Turma E1 – 2018/1 – Profa Ana Maria Luz F. Amaral

ATENÇÃO: Justifique suas respostas. Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada.

1. (3,0 pts) Seja

$$A=\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{bmatrix}.$$

Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas justificando sua resposta:

a) (   ) Se $k \neq 0$ e $k \neq -1$ então o sistema **Ax=b** tem solução única, onde $x=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$.

b) (   ) Para todo k, $v=\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ k-1 \end{bmatrix}$ é autovetor associado ao autovalor k.

c) (   ) Se $k=1$, então A é diagonalizável.

2. (1,5 pt) Seja $T:IR^3 \rightarrow P_2(IR)$ a transformação linear definida por

$$T(a,b,c)=(a-c)x^2+(2a-b+3c)x+c$$

a) Encontre N(T)? Qual a dimensão de N(T)? T é injetora?
b) Encontre uma base para Im(T)? Qual a dimensão de Im(T)? T é sobrejetora?
c) T é inversível?

3. (1,5 pt) Considere o operador linear $T: IR^3 \rightarrow IR^3$ definido por:

T(1, 1, 1) = (1, 0, 0), T(-2, 1, 0) = (0, -1, 0) e T(-1, -3, -2) = (0, 1, -1).

Obtenha *T(x,y,z)*. Verifique se T é invertível, e, em caso afirmativo, determine $T^{-1}(x, y, z)$.

4. (1,0 pt) Sabendo que $[I]_B^A=\begin{bmatrix} -7 & 6 \\ -11 & 8 \end{bmatrix}$ e A={(1, 3), (2, -4)} determine a base B.

5. (3,0 pts) Considere a matriz $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

a) Determine os autovalores e os autovetores de A;

b) Encontre uma matriz P que diagonaliza A, ortogonalmente.

c) Verifique se P representa uma rotação;

d) Usando os resultados dos itens anteriores obtenha a equação reduzida e esboce a cônica, (represente geometricamente o que acontece com os eixos com as mudanças de coordenadas necessárias para obtenção da equação reduzida)

$$2x^2+2xy+2y^2+7\sqrt{2}\,x+5\sqrt{2}\,y+10=0$$

BOA PROVA!!!