Universidade Federal Fluminense — Instituto de Matemática

VR de Álgebra Linear – Turma E1 – 2018/1 – Profª. Ana Maria Luz F. Amaral

ATENÇÃO: Justifique suas respostas. Você também será avaliado pela clareza e pela precisão da linguagem utilizada.

1. (2,0 pt) Considere o sistema abaixo

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + 2y - z = -4 \\ x + 3z = a \end{cases}$$

Exibindo a análise proveniente da Regra de Cramer, verifique para quais valores de a o sistema acima é consistente e considerando este(s) valor(es) exiba o conjunto solução do sistema.

2. (2,0 pts) Encontre a dimensão e o subespaço vetorial de $IP_3(IR)$ gerado pelos vetores x^3-2x^2+5 e x^2+3x-4, justificando sua resposta.

3. (1,0 pt) Prove o teorema abaixo

Teorema (Pitágoras)
Seja V um espaço com produto interno e $\|x\| = \langle x, x\rangle^{1/2}$. Então, se $x \perp y$, temos

$$\|x+y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2.$$

4. (2,0 pt) Considere a transformação linear $T: IR^2 \to IR^2$ definida por

$$T(x, y) = (x + y,\ x - ay),\ a \in IR.$$

Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas justificando sua resposta:

a) (   ) Se $a = -1$, o núcleo de T é um subespaço de dimensão 1.
b) (   ) Para qualquer valor de a, B={(1,0),(0,1)} é uma base de ImT e T é sobrejetora
c) (   ) A transformação T é invertível para $a \neq -1$.
d) (   ) Se $a=1$, o operador T é diagonalizável.

5. (3,0 pts) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

a) Determine os autovalores e os autovetores de A;

b) Encontre uma matriz P que diagonaliza A, ortogonalmente e representa uma rotação;

c) Usando os resultados dos itens anteriores obtenha a equação reduzida e esboce a cônica, (represente geometricamente o que acontece com os eixos com as mudanças de coordenadas necessárias para obtenção da equação reduzida)

$$x^2 + 4xy + y^2 + 5\sqrt{2}\,x + 7\sqrt{2}\,y + 10 = 0$$

BOA PROVA!!!