UFF – Departamento de Análise
GAN00140 – Álgebra Linear -G1– 2018.2 - Profa. Ana Maria Luz F. Amaral
GAN00007 – Introdução à Álgebra Linear -B1– 2018.2

Aula 12

1 -*Considere a matriz H dada por H=* $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$*. Realizando o processo de Gauss -Jordan obtemos a seguinte sequência de matrizes linha-equivalentes a H:*

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 8 & 11 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 1 & 11/8 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7/8 \\ 0 & 1 & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 11/8 \end{bmatrix}.$$

a) Sabendo que H é a matriz aumentada associada a um sistema da forma Ax=b, com $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ *escreva a matriz A dos coeficientes do sistema e a matriz-coluna b dos termos independentes. Escreva o conjunto solução do sistema Ax=b.*

b) Qual a dimensão do espaço coluna de A? Qual a dimensão do espaço-nulo de A (nulidade da matriz A)?

c) Encontre uma base para o espaço-linha de A

d) Encontre uma base para o espaço-coluna da matriz R obtida após o escalonamento de A.

e) Encontre uma base para o espaço-coluna de A.

f) Abaixo temos o nosso Teorema "do curso" trabalhado em sala acrescido de mais equivalências considerando outros tópicos que trabalhamos no curso. Leias as equivalências:

Teorema **Afirmações Equivalentes**

Se A é uma matriz n × n então as seguintes afirmações são equivalentes.

(a) A é invertível.
(b) $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ admite somente a solução trivial.
(c) A forma escalonada reduzida por linhas de A é I_n.
(d) A pode ser escrita como um produto de matrizes elementares.
(e) $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ é consistente para cada matriz $\mathbf{b}$ de tamanho $n \times 1$.
(f) $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tem exatamente uma solução para cada matriz $\mathbf{b}$ de tamanho $n \times 1$.
(g) $\det(A) \neq 0$.
(h) [redacted] (ainda não falamos)
(i) [redacted]
(j) Os vetores-coluna de A são linearmente independentes.
(k) Os vetores-linha de A são linearmente independentes.
(l) Os vetores-coluna de A geram o R^n.
(m) Os vetores-linha de A geram o R^n.
(n) Os vetores-coluna de A formam uma base do R^n.
(o) Os vetores-linha de A formam uma base do R^n.
(p) A tem posto n.
(q) A tem nulidade 0.

Com base no Teorema e no conteúdo visto em sala, julgue se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas.

f1) Os vetores-linha de A forma uma base do IR^3 .( )

f2)A é invertível. ( )

f3) O sistema homogêneo associado à A tem somente a solução trivial. ( )

f4) O vetor-coluna b pertence ao espaço-coluna de A ( )

f5) Os vetores-coluna de A são L.D. ( )