

Gabarito - Lista 3

1) $A = \begin{bmatrix} 4/5 & -3/5 \\ -1/5 & 2/5 \end{bmatrix}$.

2) $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$

3) Calcule o valor de k para que a matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & k \end{pmatrix}$ não tenha inversa.

Solução.

A condição para que A não tenha inversa é que seu determinante seja igual à zero.

Ou seja, $5k - 8 = 0 \Rightarrow k = \frac{8}{5}$.

4) Seção 1.5: Ver nos arquivo exerc_anton_sec1_5.pdf , seção 1.6: encontra-se na parte final deste gabarito

5) Quando os elementos da diagonal principal são todos não nulos e sua inversa é

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2^{-1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_n^{-1} \end{bmatrix}.$$

6) $D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$, $D^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$, $D^{-2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/16 \end{bmatrix}$

7) Ver demonstração do Teorema 1.6.1 do Anton.

8) Os dois sistemas têm a mesma matriz de coeficientes. Se nós aumentarmos esta matriz de coeficientes com as colunas das constantes à direita nestes sistemas, obteremos

$$\left[\begin{array}{ccc|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 8 & 9 & -6 \end{array} \right]$$

Reduzindo esta matriz à forma escalonada reduzida por linhas, obtemos (verifique)

$$\left[\begin{array}{ccc|c|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{array} \right]$$

Segue-se das duas últimas colunas

que a solução do sistema a) é $x=1, y=0$ e $z=1$, do sistema b) é $x=2, y=1$ e $z=-1$.

- Álgebra Linear com Aplicações, H. Anton e C. Rorres, Bookman, 2001.

CONJUNTO DE EXERCÍCIOS 1.6 [página 64]

1. $x_1 = 3, x_2 = -1$ 2. $x_1 = -3, x_2 = -3$ 3. $x_1 = -1, x_2 = 4, x_3 = -7$
4. $x_1 = 1, x_2 = -11, x_3 = 16$ 5. $x_1 = 1, x_2 = 5, x_3 = -1$
6. $w = -6, x = 1, y = 10, z = -7$ 7. $x_1 = 2b_1 - 5b_2, x_2 = -b_1 + 3b_2$
8. $x_1 = -\frac{15}{2}b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{5}{2}b_3, x_2 = \frac{1}{2}b_1 + \frac{1}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3, x_3 = \frac{5}{2}b_1 - \frac{1}{2}b_2 - \frac{1}{2}b_3$
9. (a) $x_1 = \frac{16}{3}, x_2 = -\frac{4}{3}, x_3 = -\frac{11}{3}$ (b) $x_1 = -\frac{5}{3}, x_2 = \frac{5}{3}, x_3 = \frac{10}{3}$
(c) $x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = -4$
11. (a) $x_1 = \frac{22}{17}, x_2 = \frac{1}{17}$ (b) $x_1 = \frac{21}{17}, x_2 = \frac{11}{17}$
12. (a) $x_1 = -18, x_2 = -1, x_3 = -14$ (b) $x_1 = -\frac{421}{2}, x_2 = -\frac{25}{2}, x_3 = -\frac{327}{2}$
13. (a) $x_1 = \frac{7}{15}, x_2 = \frac{4}{15}$ (b) $x_1 = \frac{34}{15}, x_2 = \frac{28}{15}$ (c) $x_1 = \frac{19}{15}, x_2 = \frac{13}{15}$ (d) $x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = \frac{3}{5}$
14. (a) $x_1 = 18, x_2 = -9, x_3 = 2$ (b) $x_1 = -23, x_2 = 11, x_3 = -2$
(c) $x_1 = 5, x_2 = -2, x_3 = 0$
15. (a) $x_1 = -12 - 3t, x_2 = -5 - t, x_3 = t$ (b) $x_1 = 7 - 3t, x_2 = 3 - t, x_3 = t$
16. $b_1 = 2b_2$ 17. $b_1 = b_2 + b_3$ 18. Nenhuma restrição 19. $b_1 = b_3 + b_4, b_2 = 2b_3 + b_4$
21. $X = \begin{bmatrix} 11 & 12 & -3 & 27 & 26 \\ -6 & -8 & 1 & -18 & -17 \\ -15 & -21 & 9 & -38 & -35 \end{bmatrix}$
22. (a) Somente a solução trivial $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$; invertível.
(b) Infinitas soluções; não invertível.