UFF – Departamento de Análise
GAN00007 – Introdução à Álgebra Linear -A1– 2019.1

Lista 4

1. Resolva o sistema linear homogêneo abaixo:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 \quad\quad + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 \quad\quad = 0 \end{cases}$$

2. Julgue se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas.
   a) Todo sistema linear homogêneo com mais incógnitas do que equações é impossível ( )
   b) Todo sistema homogêneo compatível e determinado tem a solução nula , ou solução trivial (x = 0) como única solução ( ).

3. Admita que det A = 10, onde A = $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$. Ache:

   a) det (3.A) b) det (2.A^{-1}) c) det $(2.A)^{-1}$

   d) det $\begin{pmatrix} a & g & d \\ b & h & e \\ c & i & f \end{pmatrix}$

4. Calcular, pelo processo de triangularização, $\det\begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

5. Seja x o valor do determinante $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ então $\sqrt{x}$ é igual a.

6. Se $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$ e $f(x) = -x^2 + 3x + 2$, calcule $f(\det A)$.

7. Resolver as equações:

(a) $\begin{vmatrix} 4 & 6 & x \\ 5 & 2 & -x \\ 7 & 4 & 2x \end{vmatrix} = -128$ (b) $\begin{vmatrix} x+3 & x+1 & x+4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 9 & 10 & 7 \end{vmatrix} = -7$

8. Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$. Sabendo que $A^T = A$. Calcule o determinante da matriz $A - 2A + I^2$, onde I é a matriz identidade de ordem 3.

9. Dizemos que A e B são matrizes semelhantes se existe uma matriz P tal que

$B = P^{-1}AP$. Mostre que det$A$ = det$B$ se A e B são semelhantes.

10. A matriz $A=\begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$ é tal que o $\det A^4 = 2/x$. Calcule o valor de x.

11. Verdadeiro ou falso? Se det A = 1 então $A^{-1} = A$.

12. Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$. Calcule o determinante do produto de A pela sua transposta.

13. Determine a solução da equação $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & -1 & 5 \\ \frac{2}{3} & \frac{-1}{2} & 0 \end{vmatrix} = 0$.

14. Escreva o determinante de $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} a & 5 & 1 \\ b & 3 & 2 \\ c & 2 & 3 \end{bmatrix}$ um em função do outro.

15. Resolva o sistema a seguir usando a regra de Cramer e o método de eliminação de Gauss. Compare os métodos.

$$\begin{cases} 2x + 0y + 1z = 1 \\ 4x + 3y + 0z = 0 \\ 2x + 1y + 1z = 2 \end{cases}$$

16. Considere a matriz H dada por H= $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Realizando o processo de Gauss -Jordan obtemos a seguinte sequência de matrizes linha-equivalentes a H:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 8 & 11 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 5/2 \\ 0 & 0 & 1 & 11/8 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7/8 \\ 0 & 1 & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 11/8 \end{bmatrix}.$$

a) Sabendo que H é a matriz aumentada associada a um sistema da forma Ax=b, com $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ escreva a matriz A dos coeficientes do sistema e a matriz-coluna b dos termos independentes. Escreva o conjunto solução do sistema Ax=b.

b) Dada uma matriz H_{mxn}, seja G_{mxn} a matriz-linha reduzida à forma escada linha equivalente a H. O *posto* de H, denotado por p, é o número de linhas não nulas de G. A *nulidade* de H é o número $n – p$. Encontre o posto e a nulidade de H.

c) *Abaixo temos o nosso Teorema "do curso" trabalhado em sala acrescido de mais equivalências considerando outros tópicos que trabalhamos no curso. Leias as equivalências e com base no Teorema e no conteúdo visto em sala, julgue se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas.*

C1)A é invertível. ( )

C2) O sistema homogêneo associado à A tem somente a solução trivial. ( )

Teorema **Afirmações Equivalentes**

Se A é uma matriz $n \times n$ então as seguintes afirmações são equivalentes.

(a) *A é invertível.*
(b) $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ *admite somente a solução trivial.*
(c) *A forma escalonada reduzida por linhas de A é* I_n.
(d) *A pode ser escrita como um produto de matrizes elementares.*
(e) $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ *é consistente para cada matriz* $\mathbf{b}$ *de tamanho* $n \times 1$.
(f) $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ *tem exatamente uma solução para cada matriz* $\mathbf{b}$ *de tamanho* $n \times 1$.
(g) $\det(A) \neq 0$.
...
(p) *A tem posto n.*
(q) *A tem nulidade* 0.

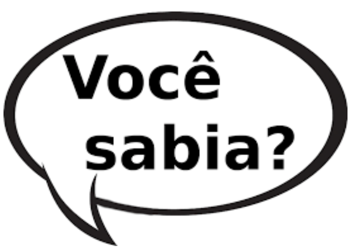
- **Álgebra Linear com Aplicações, H. Anton e C. Rorres, Bookman, 2001.**

Seção 2.1
3-12,13,18

Seção 2.2
1,4-11,13

Seção 2.3
1-6,12,14,15

Seção 2.4
1,3,5,6,8,12,13,14,17,19,21



Lewis Carroll, autor de Alice no País das Maravilhas, de fato se chamava Charles Lutwidge Dodgson. Embora fosse um matemático, ele é mais conhecido como o autor das *aventuras de Alice no País das Maravilhas*(1865) e *Through the Looking Glass* (1872), livros infantis, que estão entre os mais populares de todos os tempos. Dodgson inventou um método para cálculo de determinantes, denominado condensação. Ele escreveu um livro sobre este tema em 1866. Esse método foi recentemente ressuscitado da obscuridade por ser especialmente adequado para processamento paralelo em computadores.