Aula 11/12:
Alguns dos conceitos tratados - Base, Dimensão, Coordenadas de um vetor

Turma A1 – 2019.1

Profa. Ana Maria Luz F. do Amaral

Recapitulando: Independência Linear

Definição

Se $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_r\}$ é um conjunto não-vazio de vetores, então a equação vetorial

$$k_1\mathbf{v}_1 + k_2\mathbf{v}_2 + \cdots + k_r\mathbf{v}_r = \mathbf{0}$$

tem pelo menos uma solução, a saber,

$$k_1 = 0, \quad k_2 = 0, \ldots, \quad k_r = 0$$

Se esta é a única solução, então o conjunto S é chamado ***linearmente independente***. Se existem outras soluções, então S é um conjunto ***linearmente dependente***.

Exemplos: Quadro

Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

a) O conjunto vazio é linearmente independente. ( )

b) Todo conjunto que contém o vetor nulo é L.I.. ( )

c) Todo conjunto que tem um subconjunto L.D. é L.D.( )

d) Todo subconjunto de um conjunto L.I. é L.I. ( )

e) Se um vetor de um conjunto é combinação linear de outros vetores desse conjunto, então o conjunto é L.I. ( )

f) A interseção de dois conjuntos linearmente independentes é linearmente independente - podendo ser o conjunto vazio. ( )

g) A interseção de um número qualquer de conjuntos linearmente independentes não
é linearmente independente. ( )

Exemplos geométricos: Quadro

Base de um Subespaço Vetorial

Definição

Se V é um espaço vetorial qualquer e $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ é um conjunto de vetores em V, dizemos que S é uma ***base*** de V se valerem as seguintes condições:

(a) S é linearmente independente.

(b) S gera V.

Exemplos: Quadro

Observações: Quadro

Dimensão de um espaço vetorial

Definição

Um espaço vetorial não-nulo V é chamado ***de dimensão finita*** se contém um conjunto finito $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ de vetores que constitui uma base de V. Se não existir um tal conjunto, dizemos que V é ***de dimensão infinita***. Além disto, consideramos o espaço vetorial nulo como sendo de dimensão finita.

Exemplos: Quadro

Observações: Quadro

Coordenadas de um vetor

Definição 2.8. *Sejam V um espaço vetorial, $v \in V$ e $B = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ uma base qualquer de V. Podemos expressar v como uma combinação linear dos vetores desta base B, ou seja, existem números reais $a_1, a_2, ..., a_n$ tais que $v = a_1v_1 +, a_2v_2 + ... + a_nv_n$. Os números reais $a_1, a_2, ..., a_n$ são as* ***coordenadas do vetor v na base B*** *e se representa por*

$$[v]_B = (a_1, a_2, ..., a_n) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

.

Exemplos: Quadro