



Aula 11/12:

Alguns dos conceitos tratados - Base, Dimensão, Coordenadas de um vetor

Turma A1 – 2019.1

Profa. Ana Maria Luz F. do Amaral

Recapitulando: Independência Linear

Definição

Se $S = \{v_1, v_2, \dots, v_r\}$ é um conjunto não-vazio de vetores, então a equação vetorial

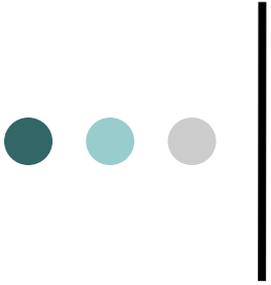
$$k_1 v_1 + k_2 v_2 + \dots + k_r v_r = 0$$

tem pelo menos uma solução, a saber,

$$k_1 = 0, k_2 = 0, \dots, k_r = 0$$

Se esta é a única solução, então o conjunto S é chamado *linearmente independente*. Se existem outras soluções, então S é um conjunto *linearmente dependente*.

Exemplos: Quadro



Classifique as afirmações abaixo como Verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira

- a) O conjunto vazio é linearmente independente. ()
- b) Todo conjunto que contém o vetor nulo é L.I.. ()
- c) Todo conjunto que tem um subconjunto L.D. é L.D.()
- d) Todo subconjunto de um conjunto L.I. é L.I. ()
- e) Se um vetor de um conjunto é combinação linear de outros vetores desse conjunto, então o conjunto é L.I. ()
- f) A interseção de dois conjuntos linearmente independentes é linearmente independente - podendo ser o conjunto vazio. ()
- g) A interseção de um número qualquer de conjuntos linearmente independentes não é linearmente independente. ()

Exemplos geométricos: Quadro



Base de um Subespaço Vetorial

Definição

Se V é um espaço vetorial qualquer e $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é um conjunto de vetores em V , dizemos que S é uma *base* de V se valerem as seguintes condições:

- (a) S é linearmente independente.
- (b) S gera V .

Exemplos: Quadro

Observações: Quadro



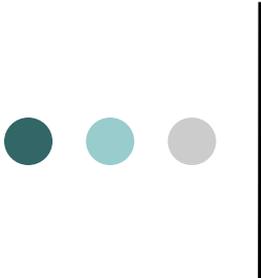
Dimensão de um espaço vetorial

Definição

Um espaço vetorial não-nulo V é chamado *de dimensão finita* se contém um conjunto finito $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ de vetores que constitui uma base de V . Se não existir um tal conjunto, dizemos que V é *de dimensão infinita*. Além disto, consideramos o espaço vetorial nulo como sendo de dimensão finita.

Exemplos: Quadro

Observações: Quadro



Coordenadas de um vetor

Definição 2.8. *Sejam V um espaço vetorial, $v \in V$ e $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma base qualquer de V . Podemos expressar v como uma combinação linear dos vetores desta base B , ou seja, existem números reais a_1, a_2, \dots, a_n tais que $v = a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_nv_n$. Os números reais a_1, a_2, \dots, a_n são as **coordenadas do vetor v na base B** e se representa por*

$$[v]_B = (a_1, a_2, \dots, a_n) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

Exemplos: Quadro