Universidade Federal Fluminense/ Departamento de Análise

GAN 00007 –Introdução à Álgebra Linear – Turma A1/ Professora Ana Maria Luz F. Amaral

Lista de Exercícios 9– Matizes semelhantes, Autovalores e Autovetores

0. Seja T:V→V um operador linear. Um vetor $v \in$ V, $v \neq 0$, é autovetor

do operador T se existe $\lambda \in$ IR tal que T(v)= λv.

Seja M a matriz desta transformação em relação à base canônica então (1) pode ser rescrito como Mv=λv

Explique com suas palavras como obter os autovalores e autovetores a partir da equação acima

1. Expresse os seguintes sistemas lineares no formato $(A-\lambda I)x=0$.

a) $\begin{cases} x+2y=\lambda x \\ 2x+y=\lambda y \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+3y=\lambda x \\ 4x+3y=\lambda y \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+y=\lambda x \\ -5x-3y=\lambda y \end{cases}$

2. Para cada um dos sistemas acima, encontre:

a) A equação característica.

b) Os Autovalores.

c) Os autovetores associados a cada autovalor

3. Seja T:IR^3→IR^3 transformação linear definida pela matriz

$$A=\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 100 & 2 & 1 \\ \sqrt{7} & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Determine os autovalores e respectivos autovetores associados ao operador T.

4. Determinar os valores próprios (autovalores) e os vetores próprios (autovetores) do operador linear $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definido pela matriz:

a) $A=\begin{bmatrix} -16 & 10 \\ -16 & 8 \end{bmatrix}$

c) $A=\begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

b) $A=\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

5 - Classifique as afirmações abaixo como verdadeiras (V) ou Falsas (F), caso sejam falsas reescreva a afirmação de forma a torná-la verdadeira.

a) Caso o espaço vetorial no qual A esteja definido tenha dimensão finita, a **multiplicidade geométrica** (ou apenas **multiplicidade**) de um valor próprio λ de A é o número de vezes que ele é raiz do polinómio característico de A. ( )
b) Todas as raízes do polinômio característico de uma matriz simétrica são reais. ( )
c) Se A e B são matrizes semelhantes então A e B têm os mesmos autovalores com a mesma multiplicidade (mas, em geral, não têm os mesmos autovetores). ( )
d) Se A é uma matriz simétrica ($A^T=A$), então autovetores associados a autovalores distintos são ortogonais. ( )
e) Se uma matriz simétrica A tem um autovalor λ_j com multiplicidade algébrica k_j então o espaço solução do sistema linear $(\lambda_j I_n - A)x=0$ (o autoespaço de λ_j) tem dimensão k_j, isto é, para matrizes simétricas a multiplicidade algébrica é igual a geométrica. ( )

6- Seja o operador linear $T: \Re^2 \to \Re^2$ tal que T(x,y) = (x + y, x –y).

(a) Determine $[T]_B$, onde B = {(1,2), (0,1)}.
(b) Encontre os autovalores e respectivos autovetores associados ao operador T.
(c) Use a matriz encontrada em (a) para calcular $[T(v)]_B$, dado v = (5, 3).
(d) Sendo A={(1,0),(0,1)}, encontre a matriz de mudança de base de B para A: $[I]_A^B$.
(e) Sabendo que $[T]_A$ e $[T]_B$ são matrizes semelhantes, uma vez que satisfazem a relação: $[T]_{A=}[I]_A^B[T]_B([I]_A^B)^{-1}$, determine $[T]_A$.