Profa.: Ana Maria Luz

Um breve roteiro para resolver problemas de otimização (máximo e mínimo)

1. Escrever a função que modela o problema e seu DOMÍNIO.
2. Calcular a derivada da função e verificar qual o domínio da derivada.
3. Encontrar os candidatos a máximos e mínimos (pontos críticos: pontos onde $f'(x)=0$). Prestar atenção se estes pontos estão no domínio da função! Até aqui você só encontrou os candidatos a solução, para GARANTIR (justificar) que você encontrou um ponto de máximo ou mínimo local você precisa de um estudo do sinal de $f'(x)$ *ou* $f''(x)$ (Teste da derivada primeira ou segunda). No final do problema você deve GARANTIR que o ponto é de máximo ou mínimo GLOBAL

   3.1. O Estudo do sinal de $f'(x)$ ajuda a determinar os máximos e mínimos locais - Teste da derivada primeira (pg. 297 do livro Stewart 5ª. Ed.), está relacionado com o estudo do crescimento da função, por exemplo: se a função é crescente num intervalo e depois decrescente noutro intervalo foi porque em algum momento atingiu um máximo local.

   3.2. Estudo do sinal de $f''(x)$. Os máximos e mínimos locais também podem ser determinados pelo Teste da derivada segunda (pg. 301 – Stewart 5ª. Ed.)

   3.3 (**Muito importante!!!**) GARANTIR que o ponto é de máximo ou mínimo GLOBAL no intervalo de domínio do problema em questão (a solução do problema é um ponto de máximo ou mínimo global). Se o intervalo for fechado pode-se usar o Método do intervalo fechado (pg. 284 – Stewart 5ª. Ed.). Se o intervalo for aberto, podemos usar o Teste da Derivada Primeira para os valores extremos absolutos (pg. 334 – Stewart 5ª. Ed.).

Exercícios de fixação:

1) O lucro obtido com a produção e venda de x milhares de unidades de certo produto é dado pela função $L(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} + 12x + 3$. Determine o número de unidades que maximiza o lucro.

2) O custo para produzir x unidades de um produto é $C(x) = x^3 - 10x^2 + 40x$. Determine o valor de x que resulta no custo médio mínimo.

3) O custo de produção em reais de x unidades de um produto é $C(x) = x^3 - 6x^2 + 13x + 15$ e a receita obtida com a venda de x unidades é $R(x) = 28x$. Determine o lucro máximo.

4) O custo, em reais, para fabricar x unidades de um produto é $C(x) = -x^2 + 80x + 75$ e cada unidade é vendida por $200 - 3x$ reais. Determine a) o número de unidades que maximiza o lucro; b) o preço correspondente; c) o lucro para esse nível de produção.

TESTE DA PRIMEIRA DERIVADA PARA VALORES EXTREMOS ABSOLUTOS Suponha que c seja um número crítico de uma função contínua f definida em um certo intervalo.

(a) Se $f'(x) > 0$ para todo $x < c$ e $f'(x) < 0$ para todo $x > c$, então $f(c)$ é o valor máximo absoluto de f.

(b) Se $f'(x) < 0$ para todo $x < c$ e $f'(x) > 0$ para todo $x > c$, então $f(c)$ é o valor mínimo absoluto de f.