

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ANÁLISE

Lista de Exercícios I – Complementos de Matemática Aplicada
Professor: Bruno Santiago

1. (0,4pt.) Considere as funções $f(x)$ abaixo.

(I) $f(x) = x^3 - 4x$.

(II) $f(x) = \frac{x-1}{2x-5}$.

(III) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

Para cada uma delas, determine:

- (a) a função derivada $f'(x)$
- (b) a função derivada segunda $f''(x)$,
- (c) os *pontos críticos* de f (i.e. os pontos nos quais a derivada se anula)
- (d) os *pontos de inflexão* de f (i.e. os pontos nos quais a derivada segunda se anula)
- (e) os intervalos de crescimento e decrescimento de f (*dica*: estude o sinal da derivada)
- (f) os intervalos de concavidade e convexidade de f (*dica*: estude o sinal da derivada segunda)
- (g) os pontos onde $f(x)$ assume seus valores máximos e mínimos, bem como os valores de máximo e mínimo de $f(x)$ (caso existam)
- (h) as assíntotas verticais (caso existam)
- (i) as assíntotas horizontais
- (j) o gráfico de f , levando-se em conta os itens acima.

2. (0,4pt.) Arthur sabe fazer *brownies* deliciosos e gostaria de iniciar um pequeno negócio. Cada unidade de *brownie* custa a Arthur 5,00 reais. Para descobrir por qual preço vender, de modo a maximizar seus lucros, Arthur contrata a consultoria matemática de Elaine. Após uma pesquisa de demanda, Elaine descobre que se Arthur cobrar p reais por cada *brownie*, ele venderá $15 - p$ *brownies*. Escreva a função $f(p)$ que dá o lucro de Arthur ao vender seus *brownies* por p reais e determine o valor de p que maximiza o lucro de Arthur.

3. (0,4pt.) Joana possui uma gráfica que edita livros de auto-ajuda. A produção de 1 unidade lhe custa 5 reais. Se cobrar 10 reais por unidade, Joana consegue vender 10 livros a cada dia. Com o intuito de reduzir seu preço para tentar aumentar seus lucros, Joana faz uma pesquisa de demanda e descobre que para cada real a menos no preço de venda ela consegue vender uma unidade a mais por dia. Assim, ela descobre que existe um único preço de venda que maximiza seus lucros. Determine este valor.

4. (0,4pt.) Pedro é fotógrafo de casamentos e empreendedor. Ele precisa decidir quais as dimensões do seu produto principal, o álbum do casamento. Para ter um preço competitivo é necessário que o álbum de fotos utilize o mínimo possível de material. No entanto, cada página deve ter 300 cm^2 de área impressa, uma margem 2 cm nas partes superior e inferior e uma margem de $1,5 \text{ cm}$ nas laterais. Desse modo, para utilizar o mínimo possível de matéria prima é necessário que a página tenha a menor área possível. Quais são as dimensões do álbum de casamentos que Pedro irá oferecer a seus clientes?
5. (0,4pt.) Em cada uma das figuras de 1 a 3 abaixo está traçado o gráfico da **derivada** $f'(x)$ da função $f(x)$. Em cada caso, esboce o gráfico de $f(x)$, assumindo $f(0) = 0$.

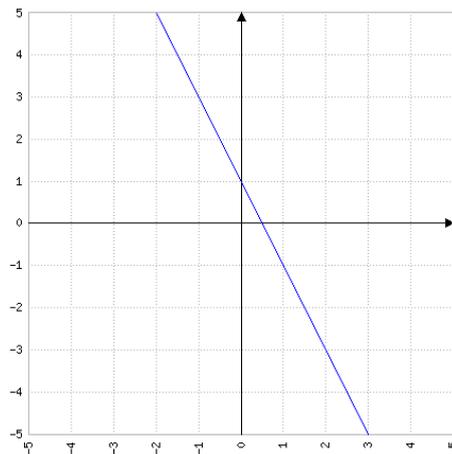


Figura 1: O gráfico de $f'(x)$ é uma reta.

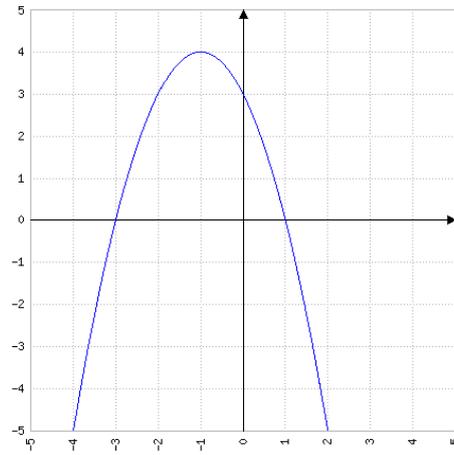


Figura 2: O gráfico de $f'(x)$ é uma parábola.

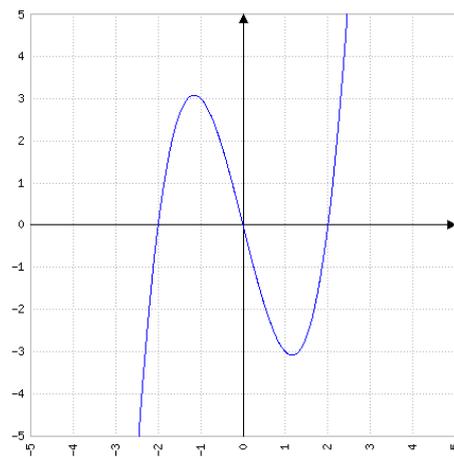


Figura 3: O gráfico de $f'(x)$ é um polinômio de grau 3.