Complementos de Matemática Aplicada - Administração e Contabilidade

Aula 09

Bruno Santiago

27 de julho de 2020

O Teorema do Valor Médio

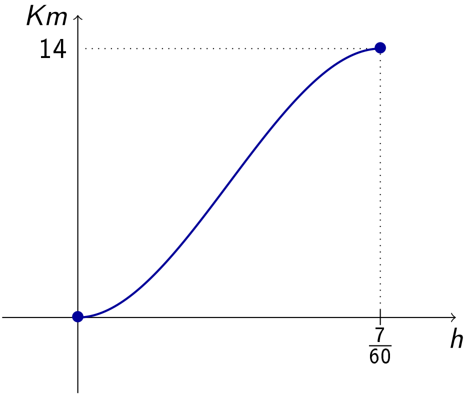
Problema

Suponha que um carro percorra os 14 Km da ponte Rio-Niterói em 7 minutos. É possível dizer que a velocidade dele ultrapassou o limite de 80 Km/h?

O Teorema do Valor Médio

Problema

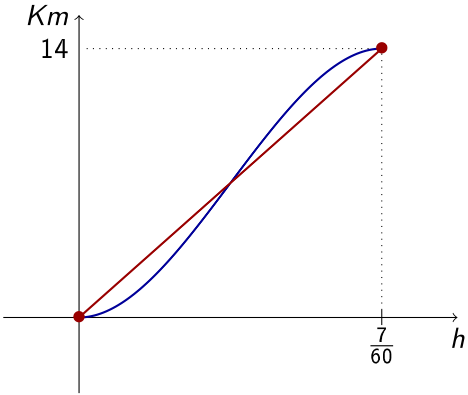
Suponha que um carro percorra os 14 Km da ponte Rio-Niterói em 7 minutos. É possível dizer que a velocidade dele ultrapassou o limite de 80 Km/h?



O Teorema do Valor Médio

Problema

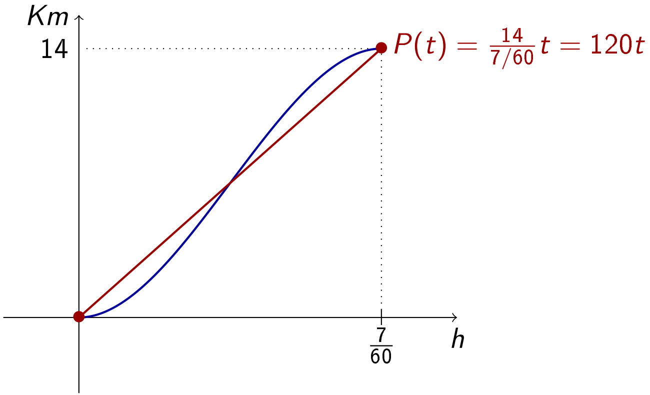
Suponha que um carro percorra os 14 Km da ponte Rio-Niterói em 7 minutos. É possível dizer que a velocidade dele ultrapassou o limite de 80 Km/h?



O Teorema do Valor Médio

Problema

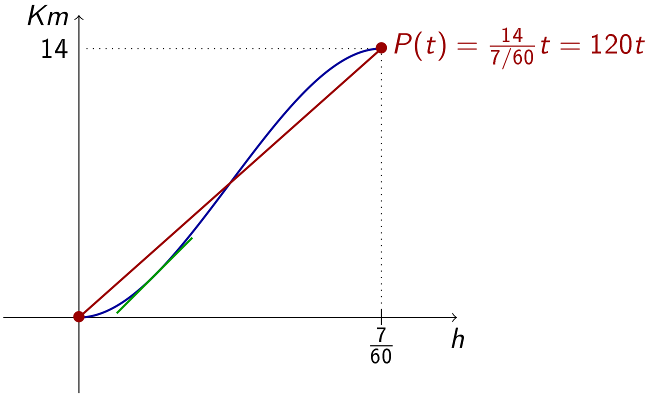
Suponha que um carro percorra os 14 Km da ponte Rio-Niterói em 7 minutos. É possível dizer que a velocidade dele ultrapassou o limite de 80 Km/h?



O Teorema do Valor Médio

Problema

Suponha que um carro percorra os 14 Km da ponte Rio-Niterói em 7 minutos. É possível dizer que a velocidade dele ultrapassou o limite de 80 Km/h?



O Teorema do Valor Médio

Teorema

Seja $f : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função **suave** em todos os pontos do intervalo $I = [a, b]$. Então, existe um ponto $c \in I$ tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Cálculo da derivada

Problema

Uma indústria química trabalha com um grande reservatório de água com capacidade de 80.000 litros. Todos os dias o reservatório precisa estar cheio antes de começar a produção e em vários momentos ao longo do dia é necessário interromper a produção para encher o reservatório, o processo que usualmente leva em torno de 20 minutos. Para encher o reservatório uma bomba é usada para levar a água até uma torneira. A bomba sempre trabalha próxima de sua vazão máxima (que é de 80 litros por segundo), mas não consegue manter a vazão constante. Como controlar a vazão da bomba de forma a evitar que ela ultrapasse $80\ell/min$?

Solução do Matemático X

O matemático X foi contrato pela indústria para uma consultoria e propôs como solução o seguinte:

Solução do Matemático X

O matemático X foi contrato pela indústria para uma consultoria e propôs como solução o seguinte:

- Utilizar um sensor para medir a altura da água no reservatório (que tem a forma de um cilindro);

Solução do Matemático X

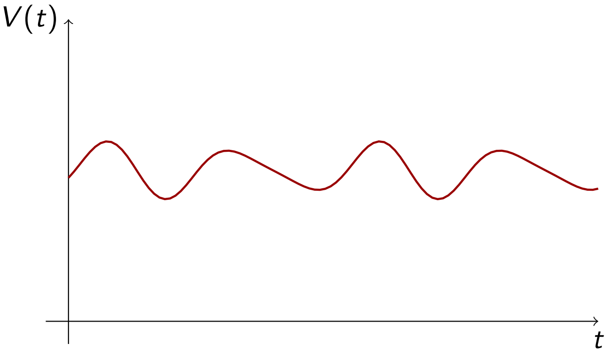
O matemático X foi contrato pela indústria para uma consultoria e propôs como solução o seguinte:

- Utilizar um sensor para medir a altura da água no reservatório (que tem a forma de um cilindro);
- Como Volume=área da base x altura, isso permite plotar o gráfico Volume x tempo:

Solução do Matemático X

O matemático X foi contrato pela indústria para uma consultoria e propôs como solução o seguinte:

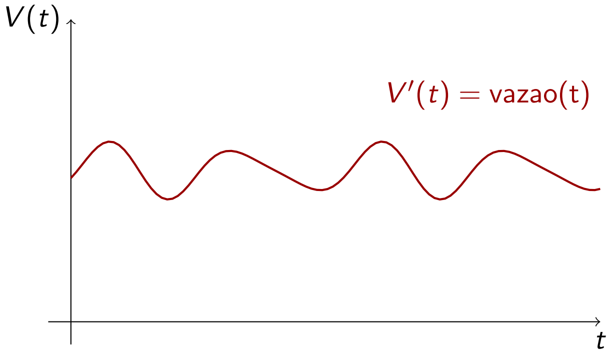
- Utilizar um sensor para medir a altura da água no reservatório (que tem a forma de um cilindro);
- Como Volume=área da base x altura, isso permite plotar o gráfico Volume x tempo:



Solução do Matemático X

O matemático X foi contrato pela indústria para uma consultoria e propôs como solução o seguinte:

- Utilizar um sensor para medir a altura da água no reservatório (que tem a forma de um cilindro);
- Como Volume=área da base x altura, isso permite plotar o gráfico Volume x tempo:



Regras de derivação

Derivada de funções constantes

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Regras de derivação

Derivada de funções constantes

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Derivada de uma potência

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^n$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = nx^{n-1}$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Regras de derivação

Derivada de funções constantes

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Derivada de uma potência

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^n$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = nx^{n-1}$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplo

$f(x) = x^3 \implies f'(x) = 3x^2$.

Regras de derivação

Derivada de funções constantes

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Derivada de uma potência

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^n$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = nx^{n-1}$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplo

$f(x) = x^3 \implies f'(x) = 3x^2.$

Derivada da soma

Se $f(x) = g(x) + h(x)$ então $f'(x) = g'(x) + h'(x)$

Regras de derivação

Derivada de funções constantes

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Derivada de uma potência

A derivada da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^n$ para todo $x \in \mathbb{R}$ é $f'(x) = nx^{n-1}$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplo

$$f(x) = x^3 \implies f'(x) = 3x^2.$$

Derivada da soma

Se $f(x) = g(x) + h(x)$ então $f'(x) = g'(x) + h'(x)$

Exemplo

$$f(x) = x^3 + x^4 \implies f'(x) = 3x^2 + 4x^3.$$

Regras de derivação

Derivada do produto

Se $f(x) = g(x)h(x)$ então $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

Regras de derivação

Derivada do produto

Se $f(x) = g(x)h(x)$ então $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 3x^2 \implies f'(x) = 6x;$

Regras de derivação

Derivada do produto

Se $f(x) = g(x)h(x)$ então $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 3x^2 \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = 6x;$
- $f(x) = 4x^4 + \pi x^7 \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = 16x^3 + 7\pi x^6$

Regras de derivação

Derivada do produto

Se $f(x) = g(x)h(x)$ então $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 3x^2 \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = 6x;$
- $f(x) = 4x^4 + \pi x^7 \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = 16x^3 + 7\pi x^6$

Derivada do quociente

Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é dada por $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ e $g(x) \neq 0$ então a derivada de f em x é $f(x) = \frac{h'(x)g(x) - h(x)g'(x)}{g(x)^2}$.

Regras de derivação

Derivada do produto

Se $f(x) = g(x)h(x)$ então $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

Exemplo

- $f(x) = 3x^2 \implies f'(x) = 6x;$
- $f(x) = 4x^4 + \pi x^7 \implies f'(x) = 16x^3 + 7\pi x^6$

Derivada do quociente

Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é dada por $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ e $g(x) \neq 0$ então a derivada de f em x é $f(x) = \frac{h'(x)g(x) - h(x)g'(x)}{g(x)^2}$.

Exemplo

$f(x) = \frac{x^3 + 2x}{7x} \implies f'(x) = \frac{3x^2(7x) - x^3(7)}{49x^2}$
$= \frac{21x^3 - 7x^3}{49x^2} = \frac{2}{7}x$, para todo $x \neq 0$.