Complementos de Matemática Aplicada - Administração e Contabilidade

Aula 13

Bruno Santiago

12 de agosto de 2020

Potências e expoentes

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$;

Potências e expoentes

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$;
- $2^{-6} = \frac{1}{64}$
- Em geral $r \in \mathbb{R}$ então $r^n = r \times ... \times r$ (n vezes). Se $n < 0$, então faz-se $1/r^{-n}$;

Potências e expoentes

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$;
- $2^{-6} = \frac{1}{64}$
- Em geral $r \in \mathbb{R}$ então $r^n = r \times ... \times r$ (n vezes). Se $n < 0$, então faz-se $1/r^{-n}$;
- $2^{0.5} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$;

Potências e expoentes

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$;
- $2^{-6} = \frac{1}{64}$
- Em geral $r \in \mathbb{R}$ então $r^n = r \times ... \times r$ (n vezes). Se $n < 0$, então faz-se $1/r^{-n}$;
- $2^{0.5} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$;
- $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$;

Potências e expoentes

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$;
- $2^{-6} = \frac{1}{64}$
- Em geral $r \in \mathbb{R}$ então $r^n = r \times ... \times r$ (n vezes). Se $n < 0$, então faz-se $1/r^{-n}$;
- $2^{0.5} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$;
- $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$;
- Em geral, se $r \in \mathbb{R}$ então $r^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{r^m}$;

Potências e expoentes

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$;
- $2^{-6} = \frac{1}{64}$
- Em geral $r \in \mathbb{R}$ então $r^n = r \times \ldots \times r$ (n vezes). Se $n < 0$, então faz-se $1/r^{-n}$;
- $2^{0.5} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$;
- $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$;
- Em geral, se $r \in \mathbb{R}$ então $r^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{r^m}$;
- E como definir 2^{π} ou $\pi^{\sqrt{2}}$?

Potências e expoentes

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$;
- $2^{-6} = \frac{1}{64}$
- Em geral $r \in \mathbb{R}$ então $r^n = r \times ... \times r$ (n vezes). Se $n < 0$, então faz-se $1/r^{-n}$;
- $2^{0.5} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$;
- $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$;
- Em geral, se $r \in \mathbb{R}$ então $r^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{r^m}$;
- E como definir 2^π ou $\pi^{\sqrt{2}}$?

Definição

Seja $b \in \mathbb{R}$ um número real *chamado de base da potenciação* e seja $r \in \mathbb{R}$ o *expoente da potenciação*. Dada qualquer sequência $r_n \in \mathbb{Q}$ de números racionais, com $r_n \to r$, a **potência de base** b **e expoente** r é definida como sendo:

$$b^r = \lim_{n \to \infty} b^{r_n}.$$

Exemplos

1. 2^{π} pode ser calculado por aproximação:
   $2^{3.14} = 8.815240927012887$

Exemplos

1. 2^{π} pode ser calculado por aproximação:
   $2^{3.14} = 8.8152409270128870$ (meu) computador reporta como a melhor aproximação que ele pode dar: 8.824977827076287.

Exemplos

1. 2^{π} pode ser calculado por aproximação:
   $2^{3.14} =$ 8.815240927012887O (meu) computador reporta como a melhor aproximação que ele pode dar: 8.824977827076287.
2. Da mesma forma, para $\sqrt{2}^{\pi}$, o computador reporta 2.97068642355202.

Exemplos

1. 2^{π} pode ser calculado por aproximação:
   $2^{3.14} = 8.815240927012887$O (meu) computador reporta como a melhor aproximação que ele pode dar: 8.824977827076287.
2. Da mesma forma, para $\sqrt{2}^{\pi}$, o computador reporta 2.97068642355202.Se a gente aproxima $\sqrt{2} \sim 1.414$ e $\pi \sim 3.141$, então $1.414^{3.141} = 2.968667753809312$.

Aplicação: emprestando dinheiro

Problema

Suponha que 100 reais sejam tomados em empréstimo a juros mensais de 20%. Qual o valor devido após 7 meses e duas semanas?

Aplicação: emprestando dinheiro

Problema

Suponha que 100 reais sejam tomados em empréstimo a juros mensais de 20%. Qual o valor devido após 7 meses e duas semanas?

Solução

Aplicação: emprestando dinheiro

Problema

Suponha que 100 reais sejam tomados em empréstimo a juros mensais de 20%. Qual o valor devido após 7 meses e duas semanas?

Solução

A cada mês que se passa o montante do mês anterior fica multiplicado por 1.2. Assim, por exemplo após um mês: o montante vai ser $100 \times 1.2 = 120$. Após dois meses, esse montante vai ser multiplicado por 1.2, ou seja vamos ter $100 \times 1.2 \times 1.2 = 100 \times (1.2)^2 = 144$.

Aplicação: emprestando dinheiro

Problema

Suponha que 100 reais sejam tomados em empréstimo a juros mensais de 20%. Qual o valor devido após 7 meses e duas semanas?

Solução

A cada mês que se passa o montante do mês anterior fica multiplicado por 1.2. Assim, por exemplo após um mês: o montante vai ser $100 \times 1.2 = 120$. Após dois meses, esse montante vai ser multiplicado por 1.2, ou seja vamos ter $100 \times 1.2 \times 1.2 = 100 \times (1.2)^2 = 144$.Em geral, passados t meses, o montante acumulado será

$$M = 100 \times (1.2)^t.$$

Aplicação: emprestando dinheiro

Problema

Suponha que 100 reais sejam tomados em empréstimo a juros mensais de 20%. Qual o valor devido após 7 meses e duas semanas?

Solução

A cada mês que se passa o montante do mês anterior fica multiplicado por 1.2. Assim, por exemplo após um mês: o montante vai ser $100 \times 1.2 = 120$. Após dois meses, esse montante vai ser multiplicado por 1.2, ou seja vamos ter $100 \times 1.2 \times 1.2 = 100 \times (1.2)^2 = 144$.Em geral, passados t meses, o montante acumulado será

$$M = 100 \times (1.2)^t.$$

Logo, após 7.5 meses, teremos uma dívida de

$$M = 100 \times (1.2)^{7.5} = 392.517$$

Aplicação: quanto tempo para dobrar o capital?

Continuação do Problema Anterior

Quanto tempo se passou até que a dívida chegasse ao dobro do valor inicial?

Aplicação: quanto tempo para dobrar o capital?

Continuação do Problema Anterior

Quanto tempo se passou até que a dívida chegasse ao dobro do valor inicial?

Solução

Nesse problema, sabemos que $M = 200$ e queremos o valor de t,

Aplicação: quanto tempo para dobrar o capital?

Continuação do Problema Anterior

Quanto tempo se passou até que a dívida chegasse ao dobro do valor inicial?

Solução

Nesse problema, sabemos que $M = 200$ e queremos o valor de t,logo devemos resolver à equação

$$100(1.2)^t = 200 \quad \Longrightarrow \quad 1.2^t = 2.$$

E para resolvermos essa equação o procedimento é:

Aplicação: quanto tempo para dobrar o capital?

Continuação do Problema Anterior

Quanto tempo se passou até que a dívida chegasse ao dobro do valor inicial?

Solução

Nesse problema, sabemos que $M = 200$ e queremos o valor de t,logo devemos resolver à equação

$$100(1.2)^t = 200 \implies 1.2^t = 2.$$

E para resolvermos essa equação o procedimento é:

Logaritmos

Definição

Considere a potenciação $b^r = c$. O número c é o *resultado* da potenciação, o número b é a *base* da potenciação; O expoente r é também chamado o **logaritmo de c na base b**, e é denotado por

$$r = \log_b c$$

Exemplos

1. $\log_2 8 = 3$ pois $2^3 = 8$;

Logaritmos

Definição

Considere a potenciação $b^r = c$. O número c é o *resultado* da potenciação, o número b é a *base* da potenciação; O expoente r é também chamado o **logaritmo de c na base b**, e é denotado por

$$r = \log_b c$$

Exemplos

1. $\log_2 8 = 3$ pois $2^3 = 8$;
2. $\log_3 9 = 2$ pois $3^2 = 9$;

Logaritmos

Definição

Considere a potenciação $b^r = c$. O número c é o *resultado* da potenciação, o número b é a *base* da potenciação; O expoente r é também chamado o **logaritmo de c na base b**, e é denotado por

$$r = \log_b c$$

Exemplos

1. $\log_2 8 = 3$ pois $2^3 = 8$;
2. $\log_3 9 = 2$ pois $3^2 = 9$;
3. $\log_3 27 = 3$ pois $3^3 = 27$;

Logaritmos

Definição

Considere a potenciação $b^r = c$. O número c é o *resultado* da potenciação, o número b é a *base* da potenciação; O expoente r é também chamado o **logaritmo de c na base b**, e é denotado por

$$r = \log_b c$$

Exemplos

1. $\log_2 8 = 3$ pois $2^3 = 8$;
2. $\log_3 9 = 2$ pois $3^2 = 9$;
3. $\log_3 27 = 3$ pois $3^3 = 27$;
4. $\log_{10} 10000 = 4$ pois $10^4 = 10000$;

Continuação da solução:

A solução do exercício anterior é
$t = \log_{1.2} 2 = 3.8017840169239308$, aproximadamente 3m3sem3d.

Um problema financeiro

Banco duvidoso

Você faz um investimento que retorna juros ao final de todo ano. O banqueiro te oferece pagar juros todos os dias do ano, dividindo a taxa por 365. Você aceita ou recusa?

Um problema financeiro

Banco duvidoso

Você faz um investimento que retorna juros ao final de todo ano. O banqueiro te oferece pagar juros todos os dias do ano, dividindo a taxa por 365. Você aceita ou recusa?

Vamos discutir isso:

Para amenizar os riscos e a emoção, vamos supor que o investimento inicial seja de 1 real. Para facilitar as contas vamos supor que a taxa de juros seja de 100%. Assim, no processo "normal" você receberá ao final de um ano $1 \times (1 + 1)^1 = 2$ reais.

Um problema financeiro

Banco duvidoso

Você faz um investimento que retorna juros ao final de todo ano. O banqueiro te oferece pagar juros todos os dias do ano, dividindo a taxa por 365. Você aceita ou recusa?

Vamos discutir isso:

Para amenizar os riscos e a emoção, vamos supor que o investimento inicial seja de 1 real. Para facilitar as contas vamos supor que a taxa de juros seja de 100%. Assim, no processo "normal" você receberá ao final de um ano $1 \times (1+1)^1 = 2$ reais.O banqueiro está te oferecendo pagamentos de juros diários, durante 365 dias, a juros de $1/365 \sim 0.0027$, ou seja cerca de 0.27%.

Um problema financeiro

Banco duvidoso

Você faz um investimento que retorna juros ao final de todo ano. O banqueiro te oferece pagar juros todos os dias do ano, dividindo a taxa por 365. Você aceita ou recusa?

Vamos discutir isso:

Para amenizar os riscos e a emoção, vamos supor que o investimento inicial seja de 1 real. Para facilitar as contas vamos supor que a taxa de juros seja de 100%. Assim, no processo "normal" você receberá ao final de um ano $1 \times (1+1)^1 = 2$ reais.O banqueiro está te oferecendo pagamentos de juros diários, durante 365 dias, a juros de $1/365 \sim 0.0027$, ou seja cerca de 0.27%.Assim, você vai receber ao final dos 365 dias:

$$M = (1 + \frac{1}{365})^{365} = 2.714567482021973.$$

e: a história de um número

- Esse problema motivou o estudo da sequência numérica $x_n = (1 + \frac{1}{n})^n$;

e: a história de um número

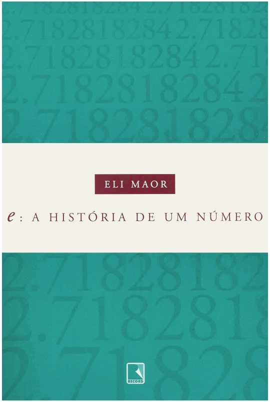
- Esse problema motivou o estudo da sequência numérica $x_n = (1 + \frac{1}{n})^n$;
- Essa sequência é monótona crescente e limitada, portante convergente: o seu limite é o número $e = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{1}{n})^n$;

e: a história de um número

- Esse problema motivou o estudo da sequência numérica $x_n = (1 + \frac{1}{n})^n$;
- Essa sequência é monótona crescente e limitada, portante convergente: o seu limite é o número $e = \lim_{n \to \infty}(1 + \frac{1}{n})^n$;
- e é um número irracional;

e: a história de um número

- Esse problema motivou o estudo da sequência numérica $x_n = (1 + \frac{1}{n})^n$;
- Essa sequência é monótona crescente e limitada, portante convergente: o seu limite é o número $e = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{1}{n})^n$;
- e é um número irracional;



A função exponencial

- A função $x \in \mathbb{R} \mapsto e^x$ possui propriedades analíticas muito especiais;

A função exponencial

- A função $x \in \mathbb{R} \mapsto e^x$ possui propriedades analíticas muito especiais;
- $f'(x) = e^x$;

A função exponencial

- A função $x \in \mathbb{R} \mapsto e^x$ possui propriedades analíticas muito especiais;
- $f'(x) = e^x$;
- De fato, f é a única função cuja derivada e ela própria e que satisfaz $f(0) = 1$;
- Como $e^x > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$; em particular f é crescente e sua derivada também é crescente.
- Note que $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$ fica cada vez menor quando n aumenta;

A função exponencial

- A função $x \in \mathbb{R} \mapsto e^x$ possui propriedades analíticas muito especiais;
- $f'(x) = e^x$;
- De fato, f é a única função cuja derivada e ela própria e que satisfaz $f(0) = 1$;
- Como $e^x > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$; em particular f é crescente e sua derivada também é crescente.
- Note que $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$ fica cada vez menor quando n aumenta;
- Por isso $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ e também $\lim_{x\to-\infty} f'(x) = 0$.

A função exponencial

- A função $x \in \mathbb{R} \mapsto e^x$ possui propriedades analíticas muito especiais;
- $f'(x) = e^x$;
- De fato, f é a única função cuja derivada e ela própria e que satisfaz $f(0) = 1$;
- Como $e^x > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$; em particular f é crescente e sua derivada também é crescente.
- Note que $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$ fica cada vez menor quando n aumenta;
- Por isso $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ e também $\lim_{x \to -\infty} f'(x) = 0$.
- Analogamente, vemos que $\lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \to \infty} f'(x) = +\infty$;

A função log

- Escrevemos $\log x = \log_e x$;

A função log

- Escrevemos $\log x = \log_e x$;
- As funções $\log x$ e e^x são as inversas uma da outra: $\log e^x = x$ e $e^{\log x} = x$

A função log

- Escrevemos $\log x = \log_e x$;
- As funções $\log x$ e e^x são as inversas uma da outra: $\log e^x = x$ e $e^{\log x} = x$
- A função $g(x) = \log x$ só está definida para $x > 0$, e satisfaz $g'(x) = 1/x$. Em particular, g é crescente;
- $g''(x) = \frac{-1}{x^2}$. Portanto, a derivada de g é decrescente.
- Note que $\lim_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$;

A função log

- Escrevemos $\log x = \log_e x$;
- As funções $\log x$ e e^x são as inversas uma da outra: $\log e^x = x$ e $e^{\log x} = x$
- A função $g(x) = \log x$ só está definida para $x > 0$, e satisfaz $g'(x) = 1/x$. Em particular, g é crescente;
- $g''(x) = \frac{-1}{x^2}$. Portanto, a derivada de g é decrescente.
- Note que $\lim_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$;
- Note que $\lim_{x \to 0^+} g'(x) = +\infty$

A função log

- Escrevemos $\log x = \log_e x$;
- As funções $\log x$ e e^x são as inversas uma da outra: $\log e^x = x$ e $e^{\log x} = x$
- A função $g(x) = \log x$ só está definida para $x > 0$, e satisfaz $g'(x) = 1/x$. Em particular, g é crescente;
- $g''(x) = \frac{-1}{x^2}$. Portanto, a derivada de g é decrescente.
- Note que $\lim_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$;
- Note que $\lim_{x \to 0^+} g'(x) = +\infty$
- Note que $\lim_{x \to \infty} g(x) = +\infty$;

A função log

- Escrevemos $\log x = \log_e x$;
- As funções $\log x$ e e^x são as inversas uma da outra: $\log e^x = x$ e $e^{\log x} = x$
- A função $g(x) = \log x$ só está definida para $x > 0$, e satisfaz $g'(x) = 1/x$. Em particular, g é crescente;
- $g''(x) = \frac{-1}{x^2}$. Portanto, a derivada de g é decrescente.
- Note que $\lim_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$;
- Note que $\lim_{x \to 0^+} g'(x) = +\infty$
- Note que $\lim_{x \to \infty} g(x) = +\infty$;
- Note que $\lim_{x \to \infty} g'(x) = 0$.

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia

$\Longrightarrow$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial($x \mapsto \pi^2 x$)Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia
$\implies f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia
$\implies f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Solução

$f'(x) = 7.1 \times \text{derivada da função}\, x \mapsto e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Solução

$f'(x) = 7.1 \times \text{derivada da função } x \mapsto e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.Regra da cadeia
$\Longrightarrow$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Solução

$f'(x) = 7.1 \times \text{derivada da função}\, x \mapsto e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \times (\text{derivada de } \frac{2x+2}{x+2})$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Solução

$f'(x) = 7.1 \times \text{derivada da função } x \mapsto e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \times (\text{derivada de } \frac{2x+2}{x+2})$
$f'(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \left(\frac{2(x+2)-(2x+2)}{(x+2)^2}\right)$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia

$\Longrightarrow f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Solução

$f'(x) = 7.1 \times \text{derivada da função}\, x \mapsto e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.Regra da cadeia

$\Longrightarrow f'(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \times (\text{derivada de } \frac{2x+2}{x+2})$

$f'(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \left(\frac{2(x+2)-(2x+2)}{(x+2)^2}\right) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \left(\frac{2}{(x+2)^2}\right)$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 5e^{\pi^2 x}$.

Solução

f=cte x exponencial$(x \mapsto \pi^2 x)$Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 5(e^{\pi^2 x})\pi^2 = 5\pi^2 e^{\pi^2 x}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.

Solução

$f'(x) = 7.1 \times \text{derivada da função}\ x \mapsto e^{\frac{2x+2}{x+2}}$.Regra da cadeia
$\Longrightarrow f'(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \times (\text{derivada de}\ \frac{2x+2}{x+2})$
$f'(x) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \left(\frac{2(x+2)-(2x+2)}{(x+2)^2}\right) = 7.1e^{\frac{2x+2}{x+2}} \left(\frac{2}{(x+2)^2}\right) =$
$\frac{14.2}{(x+2)^2} e^{\frac{2x+2}{x+2}}$. $\square$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = \log(x^3 + ex^2)$.

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = \log(x^3 + ex^2)$.

Solução

$f = \log \circ \text{polinômio}$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = \log(x^3 + ex^2)$.

Solução

$f = \log \circ \text{polinômio}$ Regra da cadeia $\implies$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = \log(x^3 + ex^2)$.

Solução

$f = \log \circ \text{polinômio}$ Regra da cadeia $\implies$

$f'(x) = \frac{1}{\text{polinômio}} \times \text{derivada do polinômio}$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = \log(x^3 + ex^2)$.

Solução

$f = \log \circ \text{polinômio}$ Regra da cadeia $\implies$

$f'(x) = \frac{1}{\text{polinômio}} \times \text{derivada do polinômio}$

$f'(x) = \frac{1}{x^3+ex^2} \times (3x^2 + 2ex) = \frac{3x^2+2ex}{x^3+ex^2}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada de $f(x) = e^{\frac{x}{x^2+1}} \log(x^3 + 2)$.

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = \log(x^3 + ex^2)$.

Solução

$f = \log \circ \text{polinômio}$ Regra da cadeia $\implies$
$f'(x) = \frac{1}{\text{polinômio}} \times \text{derivada do polinômio}$
$f'(x) = \frac{1}{x^3+ex^2} \times (3x^2 + 2ex) = \frac{3x^2+2ex}{x^3+ex^2}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada de $f(x) = e^{\frac{x}{x^2+1}} \log(x^3 + 2)$.

Solução

Regra do produto + regra da cadeia

$\implies$

Derivadas com log e exp

Exercício resolvido

Calcule a derivada da função $f(x) = \log(x^3 + ex^2)$.

Solução

$f = \log \circ \text{polinômio}$ Regra da cadeia $\implies$

$f'(x) = \frac{1}{\text{polinômio}} \times \text{derivada do polinômio}$

$f'(x) = \frac{1}{x^3+ex^2} \times (3x^2 + 2ex) = \frac{3x^2+2ex}{x^3+ex^2}$. $\square$

Exercício resolvido

Calcule a derivada de $f(x) = e^{\frac{x}{x^2+1}} \log(x^3 + 2)$.

Solução

Regra do produto + regra da cadeia

$\implies f'(x) = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} e^{\frac{x}{x^2+1}} \log(x^3 + 2) + e^{\frac{x}{x^2+1}} \frac{3x^2}{x^3+2}$.

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1 + r)^t,$$

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1+r)^t,$$

$M_0 = \text{Montente inicial}$ $r = \text{taxa de juros.}$

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1+r)^t,$$

$M_0 = \text{Montente inicial } r = \text{taxa de juros}$.Por simplicidade, escreva $b = 1 + r$.

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1+r)^t,$$

$M_0 = \text{Montente inicial}$ $r = \text{taxa de juros}$.Por simplicidade, escreva $b = 1 + r$.Então, $f(t) = M_0 b^t$

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1+r)^t,$$

$M_0 = \text{Montente inicial}$ $r = \text{taxa de juros}$.Por simplicidade, escreva $b = 1 + r$.Então, $f(t) = M_0 b^t$Como $b = e^{\log b}$,

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1+r)^t,$$

$M_0 = \text{Montente inicial}$ $r = \text{taxa de juros}$.Por simplicidade, escreva $b = 1 + r$.Então, $f(t) = M_0 b^t$Como $b = e^{\log b}, b^t = e^{t \log b}$,

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1+r)^t,$$

$M_0 = \text{Montente inicial}$ $r = \text{taxa de juros}$.Por simplicidade, escreva $b = 1 + r$.Então, $f(t) = M_0 b^t$Como $b = e^{\log b}$, $b^t = e^{t \log b}$,logo $f(t) = M_0 e^{t \log b}$.

Aplicação: Velocidade instantânea de ganho financeiro

Problema

Considere um investimento que deixa um montante inicial de R$ 4567.98 reais rendendo a uma taxa de 2.3% ao mês. Calcule a taxa de variação do montante acumulado após três anos.

Solução

A função que dá o montante acumulado após t meses é uma função da forma

$$f(t) = M_0(1+r)^t,$$

$M_0 = \text{Montente inicial } r = \text{taxa de juros}$.Por simplicidade, escreva $b = 1 + r$.Então, $f(t) = M_0 b^t$Como $b = e^{\log b}, b^t = e^{t \log b}$,logo $f(t) = M_0 e^{t \log b}$. Portanto,
$f'(t) = (\log b) M_0 e^{t \log b} = M_0 \log(1+r)\,(1+r)^t$.
$\implies \quad f'(t) = 4597.98 \log(1.023)(1.023)^{36} = 102.95.$