

**UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE**  
**INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA**  
**DEPARTAMENTO DE ANÁLISE**

**Disciplina:** Complementos de Matemática Aplicada - Biomedicina e Ciências Ambientais

Lista de exercícios 3

Professor: Bruno Santiago

**Exercício 1.** Use o computador ou uma calculadora científica e faça um “chute” para o valor exato da derivada da função  $f(x) = \sin(x)$  quando  $x = 0$ .

*Solução.* Como  $f(0) = \sin(0) = 0$ , a derivada de  $f$  em  $x = 0$  é calculada pelo limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \sin(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}.$$

Usando o computador, tomamos  $x = 1/2, 1/3, 1/4, \dots, 1/100$  procuramos um padrão nos valores de  $\sin(x)/x$ . Vemos que os valores crescem consistentemente de 0.95885 até 0.99998. Dessa forma,

```
for i=1:100
    println(i*sin((1/i)))
end
```

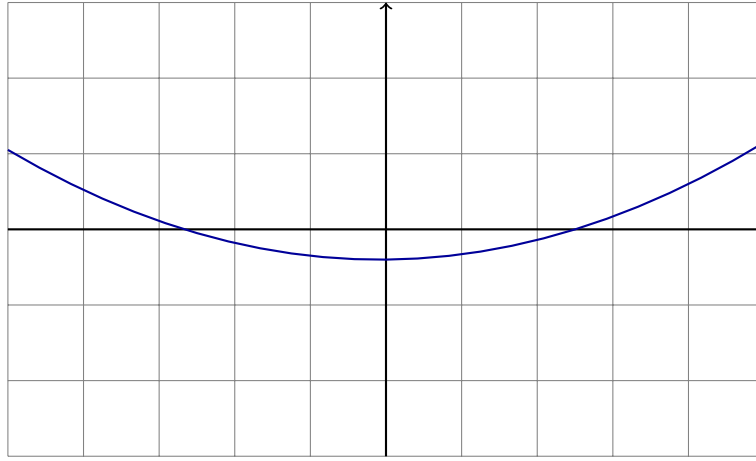
```
0.8414709848078965
0.958851077208406
0.9815840903884566
0.9896158370180917
0.9933466539753061
0.9953767961604901
0.9966021085458455
0.9973978670818215
0.9979436565895768
0.9983341664682815
0.998623158597574
0.9988429944037229
0.9990140984381753
0.9991498767611002
0.999259423850895
0.9993490854780832
0.9994233984983436
0.9994856760852097
0.9995383834233704
0.9995833854135666
0.9996221138974164
0.9996556829547876
0.999684969916101
0.9997106732644581
0.999733354665854
0.9997534699117091
0.9997713919947108
0.9997874285232935
.....
```

podemos dizer que a simulação numérica nos indica que  $f'(0) = 1$ . □

**Exercício 2.** Na figura abaixo está esboçado o gráfico de uma função diferenciável  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Em



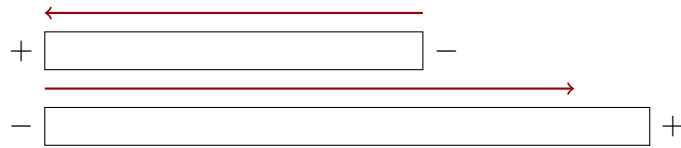
particular, em cada ponto  $x \in \mathbb{R}$  existe a derivada  $f'(x)$ , que mede a inclinação da reta tangente ao gráfico. A partir do gráfico de  $f$ , faça um esboço de como deve ser o gráfico da função derivada  $f' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , que a cada  $x \in \mathbb{R}$  associa  $f'(x) \in \mathbb{R}$ .



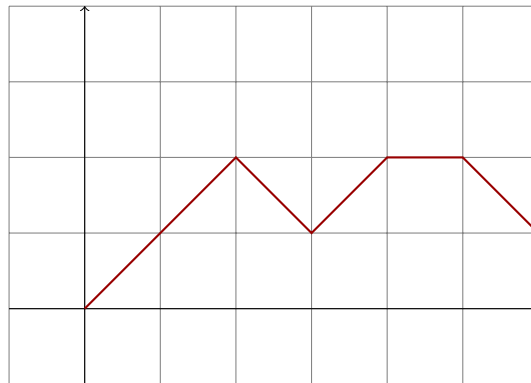
Solução.

□

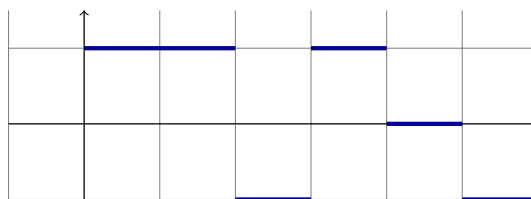
**Exercício 3.** *Microtúbulos são estruturas celulares que têm funções de transporte (mas não somente) em organismos vivos. Em seres humanos, por exemplo, eles podem chegar a 1m de comprimento. Eles funcionam como uma “estrada” por onde “motores moleculares”(proteínas) passam transportando nutrientes. Os microtúbulos são polarizados e têm dois finais, um positivo e um negativo. Algumas proteínas são especializadas em se moverem na direção do final positivo, e outras são especializadas em se mover na direção do final negativo. As vezes uma proteína, ao atingir o lado positivo pode mudar para um outro microtúbulo e passar a se mover no sentido oposto, devido a diferenças de polarização (veja a primeira figura abaixo). Na segunda figura abaixo está esboçado gráfico que*



descreve a variação da posição  $y(t)$  uma proteína ao longo do tempo. A partir desse gráfico faça um



esboço do gráfico da variação da velocidade instantânea da proteína ao longo do tempo e descreva o seu comportamento a partir disso.



Solução.

□