1. Determine se as seguintes sequências possuem um limite.
   (a)
   $$a_n = \frac{4n^2 + \cos(n)}{n^3 + 3}$$
   (b) $a_n = \cos(n\pi/2)$
   (c) $a_n = \sqrt{n+k} - \sqrt{n}$ para algum $k \in \mathbb{N}$ fixado.
   (d)
   $$a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} + 1}$$
2. Dada $a_n$ determine se a sequência é crescente ou decrescente, limitada superior ou inferiormente nos seguintes casos:
   (a) $a_n = \sqrt{n}$
   (b) $a_n = (n+1)e^{-n}$
   (c) $a_n = 2n + \cos n$
3. Mostre que se $x > 0$ a sequência $a_n = x^{\frac{1}{n}}$ é convergente.
4. Determine o valor de $c$ tal que $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 3^k}{(1+c)^k} = 10$
5. Determine se a série $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$ converge ou diverge nos casos $x_k = a_k, b_k, c_k, d_k$ e $e_k$ onde :
   $$a_k = \frac{k^2 + 3}{k^2(k+1)^2} \quad , \quad b_k = \frac{2^k + 6^k}{3^k + 3^{2k}} \quad , \quad c_k = \frac{(-1)^{k+1}\sqrt{k}}{k+1}$$
   $$a_k = (\frac{k}{k+1})^{k^2} \quad , \quad d_k = \frac{(-1)^k}{k \ln k - 1} \quad , \quad e_k = \frac{k-1}{k4^k}$$
6. Provar que $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ diverge. (Dica: estimar o valor das somas parciais com $2^n$ somandos)
7. Provar que $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{1}{k}$ converge usando os seguintes passos:
   (a) Mostrar que se $s_n$ denota a soma parcial da série, temos $s_{2n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k(2k-1)}$.
   (Lembre que $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k(k+1)}$)
   (b) Mostrar que a sequência $\{s_{2n}\}_{n=1}^{\infty}$ converge a um valor $s$.
   (c) Mostrar que a squência $\{s_{2n-1}\}_{n=1}^{\infty}$ converge ao mesmo valor $s$.
   (d) Concluir a convergência da série inicial.
   (e) Explicar porque o mesmo argumento não funciona com a série $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1}$ apesar que $(-1)^k + (-1)^{k+1} = 0$
   (f) Compare a série desta questão com a da questão 6.
8. Seja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ uma série convergente e $b_k$ uma sequência limitada.
   (a) Prove que se $a_k \geq 0$ então $\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k$ converge.
   (b) A afirmação resta verdadeira se retiramos a condição sobre os termos $a_k$?
   (c) É verdade que $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2$ também converge?

**Solution:**
1. (a) 0 (b) diverge (c) 0 (d) 1
2. (a) crescente e limitada inferiormente (b) decrescente e limitada (c) crescente limitada inferiormente
4. 7/2 5. Todas convergem 8. (a) não (b) sim.