

1. Determine se a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge ou diverge nos seguintes casos

(a) $a_n = \frac{\operatorname{sen}(2n)}{4^n}$

(b) $a_n = \frac{4n}{(2n^2+3)^2}$

(c) $a_n = \frac{(-1)^n}{\ln n}$

(d) $a_n = \frac{\cos n}{n^2}$

(e) $a_n = \frac{n^2+2n+1}{3^n+2}$

(f) $a_n = \frac{n!}{\sqrt{n!}}$

(g) $a_n = \frac{n}{2^n}$

(h) $a_n = \frac{7^{n+2}}{2n6^n}$

(i) $a_n = \frac{1}{\sqrt{n+\sqrt{n+1}}}$

(j) $a_n = \frac{n3^n}{n+2}$

(k) $a_n = \frac{2^n \sqrt{n}}{n!}$

(l) $a_n = n^{-1}e^{-1/n}$

(m) $a_n = \frac{n}{n+1} \sqrt{\frac{\ln n}{n}}$

(n) $a_n = (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+1}$

(o) $a_n = \frac{1}{n^2 - \sin n}$

(p) $a_n = \frac{\ln n}{n^{7/6}}$

(q) $a_n = \frac{2n(\ln n)^n}{\sqrt{n^4+4}}$

(r) $a_n = \frac{2n^2+3n}{\sqrt{5+n^5}}$

(s) $a_n = \frac{(2n)!}{2^n n!}$

2. Existe alguma sequência a_n tal que $\sum a_n$ e $\sum \frac{1}{a_n}$ sejam divergentes?

3. Suponha que a série $\sum a_n$ converge. Determine se é verdade que as seguintes séries convergem também. Nos casos em que seja falso, apresente um exemplo explícito.

$$\sum \frac{a_n}{n}, \quad \sum n a_n, \quad \sum \sqrt{a_n}$$

$$\sum \frac{n-1}{n} a_n, \quad \sum a_n \cos n$$

4. Determine os valores de $p \in \mathbb{R}$ tais que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ converge.

5. Ordene em ordem crescente as seguintes quantidades:

$$\sum_{n=9}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}, \quad \int_{10}^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}, \quad \int_9^{\infty} \frac{dx}{x^2+1}$$

6. Determine o valor de $\sum_{n=1}^{\infty} e^n \pi^{-n}$.

7. Determine os valores x tais que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3^n}$$

converge

8. Use a série geométrica para aproximar o valor de $1/99$ e de $-1/24$.
9. Prove que $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$

Solution: 1. (f), (h), (i), (j), (l), (m), (q), (s) divergem e as outras convergem. 2. Sim 3. A segunda e terceira são falsas e as outras verdadeiras. 4. $p > 1$. 5. segundo, primeiro, terceiro 6. $(1 - (e/\pi))^{-1} - 1$ 7. $-2 < x < 1$