

1. Calcule as transformadas de Laplace das seguintes funções de  $t$

- $t^{10}e^{-7t}$ ;  $e^t \operatorname{sen}(3t)$ ;  $e^{-3t}(9 - 2t + 10 \cos \frac{t}{3})$
- $t \operatorname{senh}(3t)$ ;  $t \cos(2t)$ ;  $e^t \frac{d^{100}}{dt^{100}}(e^{-t} t^{100})$
- $e^{-2t} \cos^2(3t) - 3t^2 e^{3t}$ ;  $\int_0^t e^{-\tau} \cos \tau d\tau$ ;  $\int_0^t \tau \operatorname{sen} \tau d\tau$
- $t \mathcal{U}(t-2)$ ;  $e^{2-t} \mathcal{U}(t-2)$ ;  $t^2 * e^t$ ;  $e^{-t} * (e^t \cos t)$

2. Determine a inversa da transformada de Laplace das seguintes funções de  $s$ .

$$\frac{1}{s(s-1)}; \frac{1}{s^2(s-1)}; \frac{1}{s^3(s-1)}; \frac{1}{s(s-a)^2}; \frac{e^{-\pi s}}{s^2+1}; \frac{s e^{-\pi s/2}}{s^2+4}$$

3. Use transformada de Laplace para resolver a equação funcional

$$f(t) + \int_0^t (t-\tau) f(\tau) d\tau = t$$

4. Use transformadas de Laplace para resolver os seguintes problemas de valor inicial.

- $y' + y = t \operatorname{sen}(t)$  com  $y(0) = 0$
- $y'' + 9y = \cos(3t)$  com  $y(0) = 2$  e  $y'(0) = 5$
- $y'' + 16y = g(t)$  com  $y(0) = 0$  e  $y'(0) = 1$  onde  $g(t)$  é nula exceto para  $t \in [0, \pi]$  onde vale  $\cos(4t)$ .
- $y'' + y = 4\delta(t - 2\pi)$  com  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$

5. Utilize a transformada de Laplace para

- Determinar funções  $x(t)$  e  $y(t)$  satisfazendo  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$  e

$$\frac{dx}{dt} + 3x + \frac{dy}{dt} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} - x + \frac{dy}{dt} - y = e^t \quad (2)$$

- Determinar funções  $x(t)$  e  $y(t)$  satisfazendo  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 8$ ,  $x'(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$  e

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} = t^2 \quad (3)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{d^2y}{dt^2} = 4t \quad (4)$$

- Determinar funções  $x(t)$  e  $y(t)$  satisfazendo  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1/2$  e

$$\frac{dx}{dt} = 4x - 2y + 2\mathcal{U}(t-1) \quad (5)$$

$$\frac{dy}{dt} = 3x - y + \mathcal{U}(t-1) \quad (6)$$

- Determinar funções  $x(t)$  e  $y(t)$  satisfazendo  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 8$ ,  $x'(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$  e

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2y}{dt^2} = t^2 \quad (7)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{d^2y}{dt^2} = 4t \quad (8)$$