1. Mostre que se A, B e P são matrizes quadradas nxn inversíveis com coeficientes reais tais que $B = PAP^{-1}$ então
$$e^{tB} = Pe^{tA}P^{-1}.$$
Deduza que se $X(t)$ é uma solução de $X' = AX$ então $Y(t) := PX(t)$ é uma solução de $Y' = BY$. Relacione os retratos de fase de ambos sistemas no caso de matrizes $2x2$. (Dica: Interprete a matriz P como uma transformação linear de um espaço vetorial $\mathbb{R}^n$)

2. Determine todas as soluções do sistema
$$\frac{dx}{dt} = 2y$$
$$\frac{dy}{dt} = 8x$$
Analize o comportamento de cada solução no plano (x, y) produzindo um retrato de fase.

3. Determine todas as soluções do sistema
$$\frac{dx}{dt} = x + y - z$$
$$\frac{dy}{dt} = 2y$$
$$\frac{dz}{dt} = y - z$$

4. Resolva o sistema de equações lineares $X' = AX$ definido pela matriz constante A definida nos seguintes casos:
   (a)
$$A = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 8 & -12 \end{pmatrix}$$
   (b)
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$
   (c)
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$
   (d)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$
   (e)
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Determine as soluções do seguinte sistema de equações
$$\frac{dx}{dt} = x + 2y$$
$$\frac{dy}{dt} = -x/2 + y$$
e esboçe as suas trajetórias no plano (x, y) (retrato de fase) .

6. Determine a solução ao problema de valor inicial definido por $X' = AX$ e o seu retrato de fase, onde

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Qual é o comportamento da solução quando o tempo vai para ∞?