Justifique todas as suas respostas usando os conceitos apresentados na disciplina!

1. (3 Pontos) Determine
   (a) a transformada de Laplace de
   $$f(t) = \int_0^t 2(t-\tau)\mathrm{sen}(\tau)d\tau + \frac{d^2}{dt^2}(t^2 e^{-t})$$
   (b) $g(1)$ onde $g(t)$ satisfaz
   $$\mathcal{L}(g)(s) = \frac{e^{-s}}{s(s-1)}$$
2. (2 Pontos) Determine uma função $y(t)$ que satisfaça $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ e
   $$y'' + y = t\mathcal{U}(t-2).$$
   onde $\mathcal{U}(t-2)$ é a função de Heaviside (vale 1 em $[2, \infty)$ e 0 nos outros pontos de $\mathbb{R}$).
3. (2 Pontos) Determine a solução geral $X(t) = (x(t), y(t), z(t))$ do sistema $X' = AX$ onde
   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
4. (3 Pontos) Determine a solução $(x(t), y(t))$ de
   $$\frac{dx}{dt} = 2y$$
   $$\frac{dy}{dt} = 2x + \cos(t)$$
   que satisfaz $x(0) = 1$, $y(0) = 1$.

Table 1: Transformadas de Laplace

$h(t)$	$\mathcal{L}(h)(s)$	
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	se $n \in \mathbb{N}$
$\mathrm{sen}(kt)$	$\frac{k}{s^2+k^2}$	se $k \in \mathbb{R}$
$\cos(kt)$	$\frac{s}{s^2+k^2}$	se $k \in \mathbb{R}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	
$f(t)$	$F(s)$	
$g(t)$	$G(s)$	
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$	$a > 0$
$f(t-a)\mathcal{U}(t-a)$	$e^{-as}F(s)$	$a > 0$
$\frac{d^n f}{dt^n}$	$s^n F(s) - [s^{n-1}f(0) + s^{n-2}f'(0) + \cdots + f^{(n-1)}(0)]$	
$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n F}{ds^n}(s)$	
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s) \cdot G(s)$	
$\delta(t-a)$	e^{-sa}	$a > 0$