

Justifique todas as suas respostas usando os conceitos apresentados na disciplina

1. Dadas as funções $f(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$,

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x^2} & \text{se } x \in [0, 2] \\ 0 & \text{se } x \in [2, 3] \end{cases}$$

e a integral

$$S = \int_0^3 \int_{g(x)}^{\sqrt{9-x^2}} f(x, y) dy dx$$

- (a) Determine e esboce a região $D \subset \mathbb{R}^2$ tal que $S = \int \int_D f(x, y) dA$
 - (b) Escreva a integral iterada obtida de trocar a ordem de integração na expressão de S .
 - (c) Calcule o valor de S .
2. Calcule o volume da região de \mathbb{R}^3 limitada pelo elipsoide de equação

$$\frac{(x-1)^2}{1/4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{36} = 1$$

explicitamente e com todos os detalhes.

3. De uma curva fechada simples γ sabemos que está contida na interseção do cilindro $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1\}$ com um plano de equação $z = ax$ para algum $a > 0$. Determine o valor de a sabendo que γ possui comprimento 6π . (lembre que $2\text{sen}^2(\alpha) = 1 - \cos(2\alpha)$)
4. Considere o campo \vec{F} em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ dado pela expressão

$$\vec{F}(x, y) = \left(\frac{-y^2}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$$

- (a) Calcule $\text{rot} \vec{F}$.
 - (b) Calcule $\int_{\gamma} \vec{F} d\gamma$ onde $\gamma(t) = (\cos t, \sin(t))$ para $t \in [0, 2\pi]$.
 - (c) É \vec{F} conservativo em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$?
 - (d) Se $R = [a, b] \times [c, d] \subset \mathbb{R}^2$ é um retângulo tal que $a, b, c, d > 0$, é \vec{F} conservativo em R ?
5. Calcule o valor da integral

$$\int_{\mathcal{C}} (2xe^{\text{sen}y} + 3y)dx + (x^2 \cos ye^{\text{sen}y})dy$$

onde \mathcal{C} é um caminho que une os pontos $(0, -1)$ e $(0, -2)$ cuja imagem está contida nos seguintes conjuntos:

- o quadrado de vértices $(\pm 1, \pm 1)$,
- o segmento unindo $(0, 1)$ e $(0, 2)$ e
- a elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$.