Universidade Federal Fluminense | 2012.2 - pasta 17
GGM00160-Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I | Turma A1
Professora: Dirce Uesu Pesco | dirce.uff09@gmail.com

Lista de Exercícios - Elipse

Atenção: Faça o esboço do gráfico com justificativa, em cada exercício.

1. Determinar para cada equação da elipse as coordenadas dos vértices e focos, os comprimentos dos eixos maior e menor e a excentricidade de:
   (a) $9x^2 + 4y^2 = 36$ (b) $4x^2 + 9y^2 = 36$ (c) $16x^2 + 25y^2 = 400$ (d) $x^2 + 3y^2 = 6$

2. (a) Os vértices de uma elipse são $(0, -6)$e $(0, 6)$,e seus focos são $(0, -4)$e $(0, 4)$. Determine as equações (uma ou mais) da elipse.
   (b) Os vértices de uma elipse são $(-3, 7)$e $(-3, -1)$e tal que $c = 2\sqrt{3}$.Determine as equações (uma ou mais) da elipse.
   (c) Os vértices de uma elipse são $(-3, 7)$e $(-3, -1)$e tal que $c = 5$.Determine as equações (uma ou mais) da elipse.
   (d) Os vértices de uma elipse são $(-3, 7)$e $(-3, -1)$e tal que $c = 4$.Determine as equações (uma ou mais) da elipse.

3. Os focos de uma elipse são $(-2, 0)$e $(2, 0)$,e sua excentricidade é $\frac{1}{3}$. Determine a equação da elipse.

4. Uma elipse tem se centro na origem e um dos seus vértices é $A(0, 7)$.Se a elipse passa pelo ponto $(\sqrt{5}, \frac{14}{3})$,Determine sua equação e excentricidade.

5. Uma elipse tem centro na origem e seu eixo maior é coincidente com o eixo x. Determinar a equação da elipse se ela passa pelos dois pontos $(\sqrt{6}, -1)$e $(2, \sqrt{2})$

6. Uma elipse tem centro na origem e seu eixo menor é coincidente com o eixo x e o comprimento de seu eixo maior é duas vezes o comprimento do eixo menor. Se a elipse passa pelo ponto $(\frac{\sqrt{7}}{2}, 3)$,determinar sua equação.

7. Determinar os comprimentos dos raios focais do ponto $(3, \frac{7}{4})$sobre a elipse $7x^2 + 16y^2 = 112$.

8. Mostrar que o comprimento do semi-eixo menor de uma elipse é a média geométrica entre os dois segmentos de seu eixo maior determinados por um de seus focos.

9. Usando a definição, para cada item determine a equação da elipse a partir dos elementos dados. Reduza a equação à forma canônica.
   (a) Focos $(3, 2)$e $(3, 8)$; comprimento do eixo maior é 5.
   (b) Vértices $(-3, -1)$e $(5, -1)$; excentricidade $\frac{3}{4}$.
   (c) Vértices $(2, 6)$e $(2, -2)$; $\frac{2b^2}{a} = 2$.

10. Os vértices de uma elipse são $(1, 1)$e $(7, 1)$ e sua excentricidade é $\frac{1}{3}$.Determinar a equação da elipse, as coordenadas de seus focos e os comprimentos dos seus eixos maior e menor.

11. Os focos de uma elipse são $(3, 8)$e $(3, 2)$e o comprimento de seu eixo menor é 8. Determine a equação da elipse, as coordenadas de seus vértices e sua excentricidade.

12. O centro de uma elipse é o ponto $(2, -4)$ e o vértice e o foco no mesmo semi-eixo são os pontos $(-2, -4)$ e $(-1, -4)$, respectivamente. Determine a equação da elipse, sua excentricidade, o comprimento de seu eixo menor.

13. Reduzir a equação da elipse e determinar as coordenadas do centro, vértices e focos, os comprimentos dos seus eixos maior e menor e sua excentricidade:
    (a) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 21 = 0$; (b) $4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0$;
    (c) $x^2 + 4y^2 - 10x - 40y + 109 = 0$; (d) $9x^2 + 4y^2 - 8y - 32 = 0$;

14. Determinar a equação da elipse que passa pelos quatro pontos $(1, 3), (-1, 4), (0, 3 - \frac{\sqrt{3}}{2})$e $(-3, 3)$,admitindo que seus eixos são paralelos ao eixos coordenados.

15. Determinar os comprimentos dos raios focais do ponto (2,1) sobre a elipse $9x^2 + y^2 - 18x - 2y + 1 = 0$;

- Geometria Analítica: Lehmann, Charles; Ed. Globo, 1942.

USE GEOGEBRA PARA FAZER O ESBOÇO DAS CURVAS E CONFERIR SUA RESPOSTA COM A DO GABARITO.

Respostas de alguns exercícios - Elipse

(1) (a) vértices $B_1(-2,0), B_2(2,0), A_2(0,3)$ e $A_1(0,-3)$;
focos $(0,\sqrt{5})$ e $(0,-\sqrt{5})$; $2a=6; 2b=4$; $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$

(b) vértices $A_2(3,0)$, $A_1(-3,0), B_2(0,2)$ e $B_1(0,-2)$;
focos $(\sqrt{5},0)$ e $(-\sqrt{5},0)$; $2a=6; 2b=4$; $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

(c) vértices $B_2(0,4)$, $B_1(0,-4), A_2(5,0)$ e $A_1(-5,0)$;
focos $(3,0)$ e $(-3,0)$; $2a=10; 2b=8$; $e=\frac{3}{5}$.

(d) vértices $A_1(-\sqrt{6},0), A_2(\sqrt{6},0), B_1(0,-\sqrt{2})$ e $B_2(0,\sqrt{2})$;
focos $(2,0)$ e $(-2,0)$; $2a=2\sqrt{6}; 2b=2;\sqrt{2}$ $e=\frac{2}{\sqrt{6}}$.

(2) **(a)** $B_1(-2\sqrt{5},0)$ e $B_2(2\sqrt{5},0)$: $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$,

(b)**caso 1:** eixo paralelo ao eixo y :
$\frac{(x+3)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$,focos $(-3,3-2\sqrt{5})$ e $(-3,3+2\sqrt{5})$; $A_1(-3,7)$ e $A_2(-3,-1)$

caso 2: eixo paralelo ao eixo x :
$\frac{(x+3)^2}{28}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$,focos $(-3-2\sqrt{5},3)$ e $(-3+2\sqrt{5},3)$; $B_1(-3,7)$ e $B_2(-3,-1)$

(c) neste caso apenas uma equação. Por quê? :
$\frac{(x+3)^2}{41}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$, $B_1(-3,7)$ e $B_2(-3,-1)$, pois c = 5 e $\frac{\|B_1B_2\|}{2}=4<c$

(3) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{32}=1$.

(4) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{49}=1, e=\frac{2\sqrt{10}}{7}$

(5) $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$,

(6) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1$,

(7) $\frac{25}{4};\frac{7}{4}$

(9)(a) $25x^2+16y^2-150x-160y+225=0$; $\dfrac{x'^2}{16}+\dfrac{y'^2}{25}=1$

(b) $7x^2+16y^2-14x+32y-89=0$; $\dfrac{x'^2}{16}+\dfrac{y'^2}{7}=1$

(c) $4x^2+y^2-16x-4y+4=0$; $\dfrac{x'^2}{4}+\dfrac{y'^2}{16}=1$

(10) $\frac{(x-4)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{8}=1$,focos $(5,1)$ e $(3,1)$;$2a=6; 2b=4\sqrt{2}$.

(11) $\frac{(x-3)^2}{16}+\frac{(y-5)^2}{25}=1$,vértices $(3,10)$ e $(3,0)$,$e=\frac{3}{5}$.

(12) $\frac{(x-2)^2}{16}+\frac{(y+4)^2}{7}=1, e=\frac{3}{4}, 2b=2\sqrt{7}$

(13) (a) $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y+2)^2}{1}=1$;centro $(3,-2)$,vértices $(5,-2)$ e $(1,-2)$;
focos $(3+\sqrt{3},-2)$ e $(3-\sqrt{3},-2)$;$2a=4; 2b=2; e=.\frac{\sqrt{3}}{2}$

(b) $(\frac{(x+4)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$;centro $(-4,1)$,vértices $(-1,1)$ e $(-7,1)$;
focos $(-4+\sqrt{5},1)$ e $(-4-\sqrt{5},1)$; $2a=6; 2b=4; e=.\frac{\sqrt{5}}{3}$

(d) $(\frac{x^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$;centro $(0,1)$,vértices $(0,4)$ e $(0,-2)$;
focos $(0,1+\sqrt{5})$ e $(0,1-\sqrt{5})$; $2a=6; 2b=4; e=.\frac{\sqrt{5}}{3}$

(14) $x^2+4y^2+2x-24y+33=0$

(15) 3 e 3. Por quê? Encontre os focos desta equação.