Universidade Federal Fluminense
GGM00160-Geometria Analítica e Cálculo Vetorial I
GGM00125-Geometria Analítica Básica
2012-2
Professora: Dirce Uesu Pesco
dirce.uff09@gmail.com

Lista de Exercícios - Distâncias

1. (i) Determine a distância do ponto $P(2,1,3)$ a cada um dos planos:
   (a) $x-2y+z=1$; (b) $x+y-z=0$; (c) $x-5z=8$.
   (ii) Para cada item acima, determine dois pontos distintos $Q(x_0,y_0,z_0)$ e $R(x_1,y_1,z_1)$, tal que a distância desses pontos ao planos dados seja 3.

2. (i) Determine a distância do ponto ao plano:
   (a) $(3,1,-2)$; $x+2y-2z=4$; (b) $(-1,2,1)$; $2x+3y-4z=1$; (c) $(0,3,-2)$; $x-y-z=3$.
   (ii) Verifique se sua resposta está correta, utilizando uma segunda solução distinta da que utilizou.

3. (i) Encontre a distância entre os planos paralelos:
   (a) $\pi:\ 3x-4y+z=1$ e $\theta: 6x-8y+2z=3$;
   (b) $\pi: -4x+y-3z=0$ e $\theta: 8x-2y+6z=0$;
   (c) $\pi: 2x-y+z=1$ e $\theta: 2x-y+z=-1$;
   (ii) Para cada item de 3.(i), determine uma equação do plano paralelo aos planos dados cuja distância a um dos planos seja $\frac{1}{\sqrt{6}}$,
   (iii) Calcule a distância do plano encontrado em 3.(ii) a outro plano. (Por exemplo, se usou π para encontrar a solução em 3.(ii) então use θ para resolver este item.
   (iv) Para cada item de 3.(i) , dê dois exemplos distintos de retas paralelas aos planos dados. Use uma na forma paramétrica e a outra na forma simétrica.

4. Determine :
   (a) a distância do ponto $A(5,4,-7)$ à reta $s: \begin{cases} x=1+5t \\ y=2-t \\ z=t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}.$
   (b) a distância do ponto $B(2,3,5)$ a cada um dos eixos do sistema de coordenadas.
   (c) Verifique se sua resposta está correta, nos item (a) e (b), utilizando uma segunda solução distinta da que utilizou.

5. (i) Encontrar o ângulo e a distância entre as retas
   (a) $r_1: \dfrac{x-1}{2}=y+1=\dfrac{z}{2}$ e $r_2: x+2=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$
   (b) $r_1: \begin{cases} x=2t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R};$ e $r_2: \begin{cases} x+y+z=0 \\ 2x-y+2z=0 \end{cases}$
   (ii) Verifique se sua resposta está correta, para cada item acima, e justifique em detalhes.

6. (i) Calcule a distância do ponto $P(1,0,2)$ ao plano $x+y-z=0$.
   (ii) Encontre as coordenadas de um outro ponto, distinto de P, cuja distância ao plano é a mesma da distância de P.

7. Seja a reta que passa pelos pontos $A(1,0,1)$ e $B(0,1,1)$. Calcule a distância do ponto $C(2,1,2)$ à reta r.

8. Seja α o plano que passa pela origem e é perpendicular à reta que une os pontos $A(1,0,0)$ e $B(0,1,0)$, Encontre a distância do ponto $C(0,0,1)$ ao plano α.

9. **(*)**Seja a reta r_1 que passa pelos pontos $A(1,0,0)$ e $B(0,2,0)$ e r_2 a reta $x-2=\frac{y-3}{2}=\frac{z-4}{3}$.
   (a) Encontre as equações da reta perpendicular às retas r_1 e r_2;
   (b) Calcule a distância entre r_1 e r_2.

10. Considere os pontos $A(1,2,3), B(2,3,1), C(3,1,2)$ e $D(2,2,1)$.
    (a) Ache as equações dos planos α e β que passam pelos pontos A,B,C e A,B,D, respectivamente;
    (b) Calcule cos (α,β);
    (c) Calcule $\cos(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})$;
    (d) Qual é a distância entre as retas que passam por A,B e C,D, respectivamente?
    (e) (*) Encontre as equação da reta que passa por A e é perpendicular à interseção do plano α com o plano xy.

11. (i) Escreva nas formas paramétrica e simétrica a equação da reta que contém o ponto $P(1,3,5)$ e é concorrente com as retas $r:\begin{cases} x=-1+3t \\ y=3-2t \\ z=2-t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ e $s:\begin{cases} x=2+2k \\ y=1+3k \\ z=1-5k \end{cases}$ $k\in\mathbb{R}$

12. Dadas as retas reversas $r:\begin{cases} x=2-t \\ y=1+3t \\ z=5+t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ e $s:\begin{cases} x=k \\ y=4k \\ z=2+3k \end{cases}$ $k\in\mathbb{R}$ determine:

(a) a distância entre r e s;

(b) as equações paramétricas da perpendicular comum às retas r e s.

(c) as equações dos dois planos paralelos que contém as retas r e s.

Respostas de alguns exercícios: Lista de Exercícios - Distâncias

(01) (a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **(b)** 0 **(c)** $\frac{21}{\sqrt{26}}$;
(02) (a) $\frac{5}{3}$ **(b)** $\frac{1}{\sqrt{29}}$ **(c)** $\frac{4}{\sqrt{3}}$; **(03) (a)** $\frac{1}{2\sqrt{26}}$ **(b)** 0 **(c)** $\frac{2}{\sqrt{6}}$;
(04) (a) $\frac{\sqrt{47034}}{27}$ **(b)** distância ao eixo $x: \sqrt{34}$, distância ao eixo $y: \sqrt{29}$,distância ao eixo $z: \sqrt{13}$;
(05) (a) arccos $\left(\frac{10}{3\sqrt{14}}\right)$,distância: $\frac{1}{\sqrt{26}}$;**(b)** arccos $\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$,distância: $\frac{8}{\sqrt{21}}$;
(06) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **(07)** $\sqrt{3}$ **(08)** 0
(09) (*) (a) $(\frac{48}{61}+\frac{6}{61}t, \frac{26}{61}+\frac{3}{61}t, -\frac{4}{61}t)$ $t\in\mathbb{R}$;**(b)** $\frac{1}{\sqrt{61}}$
(10) (a) $\alpha:(1+t+2s, 2+t-s, 3-2t-s); \beta:(1+t+s, 2+t, 3-2t-2s)$, $t\in\mathbb{R}$ e $s\in\mathbb{R}$;
equação cartesiana: $\alpha: x+y+z-6=0; \beta: 2x+z-5=0$;
(b) arccos $\left(\frac{3}{\sqrt{15}}\right)$ **(c)** $\frac{\pi}{3}$;**(d)** $\frac{7}{\sqrt{14}}$;**(e)** $(1+\frac{3}{2}t, 2+\frac{3}{2}, 3-3t)$, $t\in\mathbb{R}$ **;**
(11) $(1+5t, 3-64t, 5-32t)$ $t\in\mathbb{R}$;
(12) (a) $\frac{7}{\sqrt{90}}$ **(b)** $(\frac{109}{90}+5t, \frac{436}{90}+4t, \frac{507}{90}-7t)$ $t\in\mathbb{R}$;

Bibliografia usada:

- Geometria Analítica: Reis/Silva; Ed. LTC, 2^a edição, 1996
- Vetores e Matrizes, Nathan Moreira dos Santos Ed Ao Livro Técnico S.A.,1972.
- Álgebra Linear com Aplicações; H. Anton e C. Rorres; Ed.Bookman, 8a edição