

Lista de Exercícios - Produto Escalar(interno) e aplicações

1. Encontre um vetor unitário, mas com mesma direção e sentido para cada um dos vetores:  
 $(1, 1, 1)$ ,  $(-1, 2, 3)$  e  $(\frac{1}{3}, -1, 2)$ .
2. Encontre um vetor de norma 5, mas com mesma direção e sentido para cada um dos vetores:  
 $(1, 1, 1)$ ,  $(-1, 2, 3)$  e  $(\frac{1}{3}, -1, 2)$
3. Determine o produto interno de  $\vec{u}$  por  $\vec{v}$  de:  
(a)  $\vec{u} = (-1, -5, 4)$  e  $\vec{v} = (3, 3, 3)$       (b)  $\vec{u} = (-2, 2, 3)$  e  $\vec{v} = (1, 7, -4)$
4. Dados  $\vec{u} = (5, -2, 1)$ ,  $\vec{v} = (1, 6, 3)$ ,  $\vec{w} = (0, 1, -2)$  e  $k = -4$ , calcule: Notação:  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$  ou  $\vec{u} \cdot \vec{v}$   
(a)  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$     (b)  $\langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$     (c)  $\langle \vec{u}, (\vec{v} + \vec{w}) \rangle$     (d)  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle + \langle \vec{u}, \vec{w} \rangle$     (e)  $k \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$   
(f)  $(k\vec{u}) \cdot \vec{v}$     (g)  $\vec{u} \cdot (k\vec{v})$     (h)  $\vec{v} \cdot \vec{v}$     (i)  $\|\vec{v}\|^2$     (j)  $\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$
5. Para cada item do exercício (3), encontre o cosseno do ângulo  $\theta$  entre  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ ,
6. Determine se  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  fazem um ângulo agudo, um ângulo obtuso ou são ortogonais:  
(a)  $\vec{u} = (6, 1, 4)$  e  $\vec{v} = (2, 0, -3)$     (b)  $\vec{u} = (0, 0, -1)$  e  $\vec{v} = (1, 1, 1)$     (c)  $\vec{u} = (-6, 0, 4)$  e  $\vec{v} = (3, 1, 6)$
7. Determine a projeção ortogonal de  $\vec{u}$  sobre  $\vec{v}$  :  
(a)  $\vec{u} = (1, 0, 0)$  e  $\vec{v} = (4, 3, 8)$     (b)  $\vec{u} = (-2, 2, 3)$  e  $\vec{v} = (1, 7, -4)$   
(c)  $\vec{u} = (3, 1, -7)$  e  $\vec{v} = (1, 0, 5)$     (d)  $\vec{u} = (1, -5, 4)$  e  $\vec{v} = (3, 3, 3)$
8. Encontre um vetor unitário ortogonal a ambos  $\vec{u} = (1, 0, 1)$  e  $\vec{v} = (0, 1, 1)$
9. Mostre que  $A(3, 0, 2)$ ,  $B(4, 3, 0)$  e  $C(8, 1, -1)$  são vértices de um triângulo retângulo . Em qual vértice está o ângulo reto?
10. Considere um paralelepípedo retangular de tamanho 2cm x 3cm x 4cm. Encontre o ângulo entre a maior diagonal com a aresta de tamanho 4 cm.

Respostas de alguns exercícios:

Lista de Exercícios - Produto Escalar(interno) e aplicações

- (01)  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ ,  $(\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}})$ ,  $(\frac{1}{\sqrt{46}}, \frac{-\sqrt{46}}{3}, \frac{6}{\sqrt{46}})$ ,
- (02)  $\frac{5}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$ ,  $\frac{5}{\sqrt{14}}(-1, 2, 3)$
- (03) (a) -6 (b) 0;
- (04) (a) -4 (b) -4 (c) -8 (d) -8 (e) 16 (f) 16 (g) 16 (h) 46 (i) 46 (j)  $(\frac{1}{\sqrt{46}}, \frac{6}{\sqrt{46}}, \frac{3}{\sqrt{46}})$ ;
- (05)  $\arccos(\frac{-2}{3\sqrt{14}})$ ,  $\frac{\pi}{2}$
- (06)(a) ortogonal (b) obtuso (c) agudo;
- (07)(a)  $\frac{4}{89}\vec{v}$  (b)  $\vec{0}$ , (c)  $\frac{-16}{13}\vec{v}$ , (d)  $\vec{0}$  ;
- (08)  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}})$
- (09) Em B.;
- (10)  $\arccos(\frac{4}{5})$  , a maior diagonal é 5;

Bibliografia usada:

- Geometria Analítica: Reis/Silva; Ed. LTC, 2ª edição, 1996
- Geometria Analítica: Lehmann, Charles; Ed. Globo, 1942.
- Geometria Analítica: Murdoch, David; Ed. LTC, 1969
- Cálculo Diferencial a Várias Variáveis: Uma Introdução à Teoria de Otimização; H. J. Bortolossi, Ed. PUC-Rio, 2002.
- Álgebra Linear com Aplicações; H. Anton e C. Rorres; Ed. Bookman, 8ª edição, 2001.