

Lista de Exercícios - Retas, Planos, interseções, etc

1. (a) Determine as equações paramétricas e cartesiana do plano que contém a reta

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \text{ e é perpendicular ao plano } \alpha : 3x + 2y - z = 5.$$

- (b) Como você verifica que a solução encontrada na questão 1 é, de fato, a solução do problema?
2. (a) Mostre que a reta $x - 5 = -t$, $y + 3 = 2t$, $z + 1 = -5t$, $t \in \mathbb{R}$ é paralela ao plano $-3x + y + z - 9 = 0$.
- (b) Que argumentos utilizou para justificar o item a)
3. (i) Qual dos seguintes pares de planos se corta segundo uma reta? Em caso afirmativo escreva a equação paramétrica da reta.

$$(a) \begin{cases} x + 2y - 3z - 4 = 0 \\ x - 4y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x - y + 4z = 3 = 0 \\ 4x - 2y + 8z = 0 \end{cases}$$

- (ii) Para cada um dos itens da questão 4, como você verifica que sua resolução é, de fato, a solução do problema?
4. (i) Qual dos seguintes pares de equações representa um reta? Em caso afirmativo escreva a equação paramétrica da reta.

$$(a) \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x + y - 2z = 1 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 6x - 3y + 3z = 6 \end{cases}$$

- (ii) Para cada um dos itens da questão 6, como você verifica que sua resolução é, de fato, a solução do problema?
5. (a) Mostre que os planos $2x - y + z = 0$ e $x + 2y - z = 1$ se interceptam segundo uma reta r .
- (b) Verifique que a sua solução encontrada no item (a) satisfaz os dados do enunciado, explique em detalhes.
- (c) Ache a equação da reta que passa pelo ponto $A(1, 0, 1)$ e intercepta a reta r ortogonalmente.
- (d) Verifique que a sua solução encontrada no item (c) satisfaz os dados do enunciado, explique em detalhes.
6. (i) Encontre o ponto de interseção da reta $x - 9 = -5t$, $y + 1 = -t$, $z - 3 = t$ e o plano $2x - 3y + 4z + 7 = 0$;
- (ii) Verifique que sua solução encontrada satisfaz os dados do enunciado. explique em detalhes.

7. (i) Determine o ponto de interseção da reta $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ com cada um dos seguintes planos:

$$(a) x - 2y + 3z = 8 \quad (b) 2x + z = 5 \quad (c) x = 2$$

- (ii) Verifique que sua solução, satisfaz os dados do enunciado. explique em detalhes.
8. (a) Verifique que a reta $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5t \end{cases}$ está contida no plano $2x + y - z = 0$.
- (b) Verifique que sua solução, satisfaz os dados do enunciado. explique em detalhes.
9. (i) Verifique que a reta $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ não intercepta o plano $x + y - z = 3$.
- (ii) Que argumentos utilizou para justificar sua resposta e explique em detalhes.

10. Encontre a equação do plano:

- (a) paralelo ao eixo z e que contém os pontos $A(2, 0, 0)$ e $B(0, 3, 2)$;
- (b) paralelo ao eixo y e que contém os pontos $A(2, 1, 0)$ e $B(0, 2, 1)$;
- (c) paralelo ao plano yz e que contém o ponto $A(3, 4, -1)$;
- (d) perpendicular ao eixo z e que contém o ponto $A(1, 1, 1)$.
- (e) Para cada item, desta questão, verifique se sua solução satisfas as condições dadas pelo enunciado e jutstifique em detalhes.

Continuação da lista-- Retas, Planos, interseções, etc

11. (a) Encontre a equação do plano que passa por $Q(1, 0, 2)$ e é paralelo ao plano $2x - y + 5z - 3 = 0$.
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
12. (a) Encontre uma equação para o plano que contém a reta $x = -1 + 3t, y = 5 + 2t, z = 2 - t$ e que é perpendicular ao plano $2x - 4y + 2z = 9$.
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
13. (a) Encontre uma equação para o plano que é perpendicular ao plano $8x - 2y + 6z = 1$ e que passa pelos pontos $P_1(-1, 2, 5)$ e $P_2(2, 1, 4)$.
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
14. (a) Encontre o vetor unitário, normal ao plano que passa pelos pontos $A(1, 0, 0), B(0, 2, 0)$ e $C(0, 0, 3)$.
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
15. (a) Encontre uma equação do plano passando pela origem e é paralelo ao plano $7x + 4y - 2z = 3$.
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
16. (a) Encontre a equação do plano que passa por $Q(-2, 1, 7)$ e é perpendicular à reta $x - 4 = 2t, y + 2 = 3t$ e $z = -5t$.
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
17. (a) Encontre a equação do plano paralelo ao eixo z e que contém a interseção dos planos $\theta : x + 2y + 3z = 4$ e $\pi : 2x + y + z = 2$.
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
(c) Dê exemplo de três pontos distintos que pertencem a interseção dos planos θ e π . Mostre como verifica se sua solução está correta.
18. (a) Encontre a equação do plano: (a) xy , (b) xz (c) yz .
(b) De exemplos de quatro pontos distintos que pertencem ao plano, para cada item acima.
19. (a) Encontre a equação do plano que passa por $A(x_0, y_0, z_0)$ que é : paralelo (a) ao plano xy , (b) ao plano yz , (c) ao plano xz .
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
(c) Para cada um dos plano de a) dê exemplo de três pontos do plano, e determine dois vetores distintos que são

Respostas de alguns exercícios:

Lista de Exercícios- Retas, Planos, interseções, etc

- (01) $x - 8y - 13z + 9 = 0$; forma paramétrica: $(1 + 2t + 3s, -2 - 3t + 2s, 2 + 2t - s) \ t \in \mathbb{R}$ e $s \in \mathbb{R}$
- (03) (a) $(\frac{7}{3} - 8t, \frac{5}{6} - 5t, -6t) \ t \in \mathbb{R}$ (b) não;
- (04) (a) $(t, t, t) \ t \in \mathbb{R}$ (b) não (c) não ;
- (05) (a) $(-t, 1 + 3t, 1 + 5t) \ t \in \mathbb{R}$ (b) $(1 - \frac{31}{35}s, \frac{23}{35}s, 1 - \frac{4}{7}s), s \in \mathbb{R}$
- (06) $(-\frac{173}{3}, -\frac{43}{3}, \frac{49}{3})$;
- (07) (a) $(-\frac{2}{7}, -2, \frac{10}{7})$ (b) $(\frac{3}{4}, -2, \frac{7}{2})$ (c) $(2, -2, 6)$;
- (08) $(-1 + t, 2 + 3t, 5t) \ t \in \mathbb{R}$;
- (09) Mostre que o sistema não tem solução;
- (10) (a) $3x + 2y - 6 = 0$ (b) $x + 2z = 2$ (c) $x = 3$ (d) $z = 1$;
- (11) $2x - y + 5z - 12 = 0$;
- (12) $y + 2z - 9 = 0$.
- (13) $4x + 13y - z - 17 = 0$;
- (14) $\vec{n} = \frac{1}{7}(6, 3, 2)$; equação do plano: $6x + 3y + 2z - 6 = 0$
forma paramétrica: $(1 - t - s, 2t, 3s) \ t \in \mathbb{R}$ e $s \in \mathbb{R}$
- (15) $7x + 4y - 2z = 0$;
- (16) $2x + 3y - 5z + 36 = 0$;
- (17) $5x + y - 2 = 0$; forma paramétrica: $(-t, 2 + 5t, -3t + s) \ t \in \mathbb{R}$ e $s \in \mathbb{R}$
- (18) (a) $z = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 0$;
- (19) (a) $z - z_0 = 0$ (b) $x - x_0 = 0$ (c) $y - y_0 = 0$;

Bibliografia usada: Vetores e Matrizes, Nathan Moreira dos Santos Ed Ao Livro Técnico S.A.,1972. Cálculo Diferencial a Várias Variáveis: Uma Introdução à Teoria de Otimização; H. J. Bortolossi, Ed. PUC-Rio, 2002. Álgebra Linear com Aplicações; H. Anton e C. Rorres; Ed. Bookman, 8a edição