

Lista de Exercícios - Retas, Planos, interseções, etc

1. (a) Determine as equações paramétricas e cartesiana do plano que contém a reta

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \text{ e é perpendicular ao plano } \alpha : 3x + 2y - z = 5.$$

- (b) Como você verifica que a solução encontrada na questão 1 é, de fato, a solução do problema?
2. (a) Mostre que a reta  $x - 5 = -t$ ,  $y + 3 = 2t$ ,  $z + 1 = -5t$ ,  $t \in \mathbb{R}$  é paralela ao plano  $-3x + y + z - 9 = 0$ .
- (b) Que argumentos utilizou para justificar o item a)
3. (i) Qual dos seguintes pares de planos se corta segundo uma reta? Em caso afirmativo escreva a equação paramétrica da reta.

$$(a) \begin{cases} x + 2y - 3z - 4 = 0 \\ x - 4y + 2z + 1 = 0 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x - y + 4z = 3 = 0 \\ 4x - 2y + 8z = 0 \end{cases}$$

- (ii) Para cada um dos itens da questão 4, como você verifica que sua resolução é, de fato, a solução do problema?
4. (i) Qual dos seguintes pares de equações representa um reta? Em caso afirmativo escreva a equação paramétrica da reta.

$$(a) \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x + y - 2z = 1 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 6x - 3y + 3z = 6 \end{cases}$$

- (ii) Para cada um dos itens da questão 6, como você verifica que sua resolução é, de fato, a solução do problema?
5. (a) Mostre que os planos  $2x - y + z = 0$  e  $x + 2y - z = 1$  se interceptam segundo uma reta  $r$ .
- (b) Verifique que a sua solução encontrada no item (a) satisfaz os dados do enunciado, explique em detalhes.
- (c) Ache a equação da reta que passa pelo ponto  $A(1, 0, 1)$  e intercepta a reta  $r$  ortogonalmente.
- (d) Verifique que a sua solução encontrada no item (c) satisfaz os dados do enunciado, explique em detalhes.
6. (i) Encontre o ponto de interseção da reta  $x - 9 = -5t$ ,  $y + 1 = -t$ ,  $z - 3 = t$  e o plano  $2x - 3y + 4z + 7 = 0$ ;
- (ii) Verifique que sua solução encontrada satisfaz os dados do enunciado. explique em detalhes.

7. (i) Determine o ponto de interseção da reta  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 4 + 2t \end{cases}$  com cada um dos seguintes planos:

$$(a) x - 2y + 3z = 8 \quad (b) 2x + z = 5 \quad (c) x = 2$$

- (ii) Verifique que sua solução, satisfaz os dados do enunciado. explique em detalhes.
8. (a) Verifique que a reta  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5t \end{cases}$  está contida no plano  $2x + y - z = 0$ .
- (b) Verifique que sua solução, satisfaz os dados do enunciado. explique em detalhes.

9. (i) Verifique que a reta  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  não intercepta o plano  $x + y - z = 3$ .

- (ii) Que argumentos utilizou para justificar sua resposta e explique em detalhes.
10. Encontre a equação do plano:
- (a) paralelo ao eixo  $z$  e que contém os pontos  $A(2, 0, 0)$  e  $B(0, 3, 2)$ ;
- (b) paralelo ao eixo  $y$  e que contém os pontos  $A(2, 1, 0)$  e  $B(0, 2, 1)$ ;
- (c) paralelo ao plano  $yz$  e que contém o ponto  $A(3, 4, -1)$  ;
- (d) perpendicular ao eixo  $z$  e que contém o ponto  $A(1, 1, 1)$ .
- (e) Para cada item, desta questão, verifique se sua solução satisfas as condições dadas pelo enunciado e jutstifique em detalhes.

Continuação da lista-- Retas, Planos, interseções, etc

11. (a) Encontre a equação do plano que passa por  $Q(1, 0, 2)$  e é paralelo ao plano  $2x - y + 5z - 3 = 0$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
12. (a) Encontre uma equação para o plano que contém a reta  $x = -1 + 3t, y = 5 + 2t, z = 2 - t$  e que é perpendicular ao plano  $2x - 4y + 2z = 9$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
13. (a) Encontre uma equação para o plano que é perpendicular ao plano  $8x - 2y + 6z = 1$  e que passa pelos pontos  $P_1(-1, 2, 5)$  e  $P_2(2, 1, 4)$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
14. (a) Encontre o vetor unitário, normal ao plano que passa pelos pontos  $A(1, 0, 0), B(0, 2, 0)$  e  $C(0, 0, 3)$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
15. (a) Encontre uma equação do plano passando pela origem e é paralelo ao plano  $7x + 4y - 2z = 3$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
16. (a) Encontre a equação do plano que passa por  $Q(-2, 1, 7)$  e é perpendicular à reta  $x - 4 = 2t, y + 2 = 3t$  e  $z = -5t$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.
17. (a) Encontre a equação do plano paralelo ao eixo  $z$  e que contém a interseção dos planos  $\theta : x + 2y + 3z = 4$  e  $\pi : 2x + y + z = 2$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.  
(c) Dê exemplo de três pontos distintos que pertencem a interseção dos planos  $\theta$  e  $\pi$ . Mostre como verifica se sua solução está correta.
18. (a) Encontre a equação do plano: (a)  $xy$ , (b)  $xz$  (c)  $yz$ .  
(b) De exemplos de quatro pontos distintos que pertencem ao plano, para cada item acima.
19. (a) Encontre a equação do plano que passa por  $A(x_0, y_0, z_0)$  que é : paralelo (a) ao plano  $xy$ , (b) ao plano  $yz$ , (c) ao plano  $xz$ .  
(b) Confira sua resposta e explique que argumentos utilizou, em detalhes.  
(c) Para cada um dos plano de a) dê exemplo de três pontos do plano, e determine dois vetores distintos que são

**Respostas de alguns exercícios:**

**Lista de Exercícios-** Retas, Planos, interseções, etc

- (01)  $x - 8y - 13z + 9 = 0$ ; forma paramétrica:  $(1 + 2t + 3s, -2 - 3t + 2s, 2 + 2t - s) t \in \mathbb{R}$  e  $s \in \mathbb{R}$
- (03) (a)  $(\frac{7}{3} - 8t, \frac{5}{6} - 5t, -6t) t \in \mathbb{R}$  (b) não;
- (04) (a)  $(t, t, t) t \in \mathbb{R}$  (b) não (c) não ;
- (05) (a)  $(-t, 1 + 3t, 1 + 5t) t \in \mathbb{R}$  (b)  $(1 - \frac{31}{35}s, \frac{23}{35}s, 1 - \frac{4}{7}s), s \in \mathbb{R}$
- (06)  $(-\frac{173}{3}, -\frac{43}{3}, \frac{49}{3})$ ;
- (07) (a)  $(-\frac{2}{7}, -2, \frac{10}{7})$  (b)  $(\frac{3}{4}, -2, \frac{7}{2})$  (c)  $(2, -2, 6)$  ;
- (08)  $(-1 + t, 2 + 3t, 5t) t \in \mathbb{R}$ ;
- (09) Mostre que o sistema não tem solução;
- (10) (a)  $3x + 2y - 6 = 0$  (b)  $x + 2z = 2$  (c)  $x = 3$  (d)  $z = 1$ ;
- (11)  $2x - y + 5z - 12 = 0$ ;
- (12)  $y + 2z - 9 = 0$ .
- (13)  $4x + 13y - z - 17 = 0$ ;
- (14)  $\vec{n} = \frac{1}{7}(6, 3, 2)$ ; equação do plano:  $6x + 3y + 2z - 6 = 0$   
forma paramétrica:  $(1 - t - s, 2t, 3s) t \in \mathbb{R}$  e  $s \in \mathbb{R}$
- (15)  $7x + 4y - 2z = 0$ ;
- (16)  $2x + 3y - 5z + 36 = 0$ ;
- (17)  $5x + y - 2 = 0$ ; forma paramétrica:  $(-t, 2 + 5t, -3t + s) t \in \mathbb{R}$  e  $s \in \mathbb{R}$
- (18) (a)  $z = 0$  (b)  $y = 0$  (c)  $x = 0$  ;
- (19) (a)  $z - z_0 = 0$  (b)  $x - x_0 = 0$  (c)  $y - y_0 = 0$  ;

Bibliografia usada: Vetores e Matrizes, Nathan Moreira dos Santos Ed Ao Livro Técnico S.A.,1972. Cálculo Diferencial a Várias Variáveis: Uma Introdução à Teoria de Otimização; H. J. Bortolossi, Ed. PUC-Rio,2002. Álgebra Linear com Aplicações; H. Anton e C. Rorres; Ed.Bookman, 8a edição