

Lista de Exercícios - Retas- planos, posições relativas etc

- Mostre que as retas $x = 3 - 2t$, $y = 4 + t$, $z = 1 - t$, $t \in \mathbb{R}$ e $x = 5 + 2s$, $y = 1 - s$, $z = 7 + s$, $s \in \mathbb{R}$ são paralelas e encontre uma equação para o plano que elas determinam.
- Como você verifica que o plano determinado na questão 1, contem as duas retas dada?
- Sejam as retas $r_1 : x - 3 = 4t$, $y - 4 = t$, $z - 1 = 0$, $t \in \mathbb{R}$ e $r_2 : x + 1 = 12s$, $y - 7 = 6s$, $z - 5 = 3s$, $s \in \mathbb{R}$
 - Mostre que as r_1 e r_2 retas são concorrentes;
 - Encontre o ponto de interseção; Verifique se o ponto que encontrou é de fato o ponto de interseção, justificando.
 - Encontre uma equação do plano que contém as retas r_1 e r_2 . Mostre como verificar que o plano que encontrou é o plano que contem as retas r_1 e r_2 .
 - É possível modificar as coordenadas de um ponto de uma das retas, r_1 ou r_2 , de tal forma que r_1 e r_2 sejam reversas? justifique sua resposta.
 - É possível modificar as coordenadas de um ponto de uma das retas, r_1 ou r_2 , de tal forma que r_1 e r_2 sejam paralelas? justifique sua resposta.
 - É possível modificar as coordenadas de um ponto de uma das retas, r_1 ou r_2 , de tal forma que r_1 e r_2 sejam coincidentes? justifique sua resposta.
 - É possível modificar as coordenadas de um dos vetores diretores de r_1 ou r_2 , de tal forma que r_1 e r_2 sejam reversas? justifique sua resposta.
 - É possível modificar as coordenadas de um dos vetores diretores de r_1 ou r_2 , de tal forma que r_1 e r_2 sejam paralelas? justifique sua resposta.
 - É possível modificar as coordenadas de um dos vetores diretores de r_1 ou r_2 , de tal forma que r_1 e r_2 sejam coincidentes? justifique sua resposta.
- Determine os valores de a e b para que as retas $r : \begin{cases} x = 1 + at \\ y = 2 + bt \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + bt \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ sejam:
 - paralelas;
 - concorrentes;
 - reversas.
- Verifique que as retas $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = -2 + 2s \\ y = -5 + 3s \\ z = 2 + 2s \end{cases}$ são concorrentes e determine uma equação do plano que contem essas retas.
- Determine se os planos são paralelos:
 - $4x - y + 2z = 5$ e $7x - 3y + 4z = 8$;
 - $x - 4y - 3z - 2 = 0$ e $3x - 12y - 9z - 7 = 0$;
 - $2y = 8x - 4z + 5$ e $x = \frac{1}{2}z + \frac{1}{4}y$.
- Determine se a reta e o plano são paralelos:
 - $x = -5 - 4t$; $y = 1 - t$; $z = 3 + 2t$; $x + 2y + 3z - 9 = 0$;
 - $x = 3t$; $y = 1 + 2t$; $z = 2 - t$; $4x - y + 2z = 1$;
- Determine se os planos são perpendiculares:
 - $3x - y + z - 4 = 0$ e $x + 2z = -1$;
 - $x - 2y + 3z = 4$ e $-2x + 5y + 4z = -1$.
- Determine se a reta e o plano são perpendiculares:
 - $x = -2 - 4t$; $y = 3 - 2t$; $z = 1 + 2t$; $2x + y - z = 5$;
 - $x = 2 + t$; $y = 1 - t$; $z = 5 + 3t$; $6x + 6y - 7 = 0$;

10. Determine os valores de a, b, c e d para que o plano $ax + by + 3z = d$ seja:
- paralelo ao plano $2x + y - 5z = 4$;
 - verifique se os valores que você encontrou são, de fato, os valores que satisfazem a)
 - represente o mesmo plano que $2x + y - 5z = 4$.
 - explique como você verifica que os valores encontrados em sua solução são, de fato, os valores que satisfazem a condição dada no enunciado.
11. (a) Escreva a equação do plano definido pelo ponto $A(2, 1, 3)$ e a interseção do plano $2x - y - z = 2$ com o plano xy .
- (b) Verifique que as soluções que encontrou satisfazem os valores dados do enunciado.
12. (a) Determine a equação do plano que passa por $A(2, 1, 0)$ e é perpendicular aos planos $x + 2y - 3z + 2 = 0$ e $2x - y + 4z - 1 = 0$.
- (b) Verifique que as soluções que encontrou satisfazem os valores dados do enunciado.
13. (a) Encontre uma equação para o plano passando pelo ponto $P(2, 4, -1)$ que contém a interseção dos planos $x - y - 4z = 2$ e $-2x + y + 2z = 3$.
- (b) Verifique que as soluções que encontrou satisfazem os valores dados do enunciado.
14. (a) Encontre uma equação para o plano passando pelo ponto $P(2, -1, 4)$ que é perpendicular à reta de interseção dos planos $4x + 2y + 2z = -1$ e $3x + 6y + 3z = 7$.
- (b) Verifique que as soluções que encontrou satisfazem os valores dados do enunciado.
15. (a) Encontre uma equação para o plano cujos pontos são todos equidistantes de $(-1, -4, -2)$ e $(0, -2, 2)$.
- (b) Verifique que as soluções que encontrou na questão (19) satisfazem os valores dados do enunciado.
16. (a) Seja r a reta determinada pela interseção dos planos $x + y - z = 0$ e $2x - y + 3z - 1 = 0$. Encontre a equação do plano que passa pelo ponto $A(1, 0, -1)$ e contém a reta r .
- (b) Verifique que as soluções que encontrou na questão (21) satisfazem os dados do enunciado.

Respostas de alguns exercícios: Lista de Exercícios - Retas- planos, posições relativas etc

- (01) $3x + 10y + 4z - 53 = 0$; Por quê?
 (02) (b) $(-17, -1, 1)$ (c) $x - 4y + 4z + 9 = 0$; Por quê?
 (03) (a) $a = 1, b$ qualquer (b) impossível (c) $a \neq 1, b$ qualquer ; Por quê?
 (04) Interseção entre r e $s : (2, 1, 6)$; $x - z + 4 = 0$; Por quê?
 (05) não paralelos (b) paralelos (c) paralelos; Por quê?
 (06) (a) paralelos (b) não paralelos Por quê?
 (07) (a) não é perpendicular (b) perpendicular; Por quê?
 (08) (a) perpendicular (b) não é perpendicular; Por quê?
 (09) (a) $a = -\frac{6}{5}, b = -\frac{3}{5}, d$ qualquer (b) $a = -\frac{6}{5}, b = -\frac{3}{5}, d = -\frac{12}{5}$ Por quê?
 (10) $6x - 3y - z - 6 = 0$; Por quê?
 (11) $x - 2y - z = 0$; Por quê?
 (12) $x - y - 4z - 2 = 0$; Por quê?
 (13) $x + y - 3z + 11 = 0$; Por quê?
 (14) $2x + 4y + 8z + 13 = 0$; Por quê?
 (15) $3x + 2z - 1 = 0$; Por quê?

Bibliografia usada: Vetores e Matrizes, Nathan Moreira dos Santos Ed Ao Livro Técnico S.A., 1972., Cálculo Diferencial a Várias Variáveis: Uma Introdução à Teoria de Otimização; H. J. Bortolossi, Ed. PUC-Rio, 2002, Álgebra Linear com Aplicações; H. Anton e C. Rorres; Ed. Bookman, 8a edição