

Lista de Exercícios - Retas no espaço e ângulos

1. Ache o ângulo entre os planos $-y + 1 = 0$ e $y + z + 2 = 0$.
2. Seja α o plano que passa pelos pontos $A(1, 1, 1), B(1, 0, 1), C(1, 1, 0)$ e β o plano que passa pelos pontos $P(0, 0, 1), Q(0, 0, 0)$ e é paralelo ao vetor $\vec{i} + \vec{j}$. Ache o ângulo entre α e β .
3. Encontre o ângulo entre o plano $2x - y + z = 0$ e o plano que passa pelo ponto $P(1, 2, 3)$ e é perpendicular ao vetor $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.
4. Escreva a equação paramétrica da reta passando por $P_1(1, 0, 1)$ e $P_2(2, 1, 0)$, encontre o ponto médio do segmento e faça um esboço da reta.
5. Mostre que as equações paramétricas $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2 + s \\ y = 5 + 3s \\ z = 5 + 2s \end{cases}$ com $t \in \mathbb{R}$ e $s \in \mathbb{R}$, parametrizam uma mesma reta.
6. Determine as equações paramétricas da reta definida pelos pontos:
(a) $A(2, 1, 3)$ e $B(1, 3, 7)$; (b) $A(0, 0, 0)$ e $B(0, 5, 0)$; (c) $A(1, 1, 0)$ e $B(2, 2, 0)$.
7. Determine as equações paramétricas da reta que contém o ponto $A(2, 1, 0)$ e é perpendicular ao plano $2x - y + z = 0$.
8. Dados $A(2, 1, 3), B(4, 1, 1)$ e $C(0, 0, 0)$, determine as equações paramétricas da reta que contém a mediana, relativa ao lado AB , do triângulo ABC .
9. Encontre as equações paramétricas das retas passando por P e paralela a \vec{n} :
(a) $P(3, -1, 2); \vec{n} = (2, 1, 3)$ (b) $P(-2, 3, -3); \vec{n} = (6, -6, -2)$
(c) $P(2, 2, 6); \vec{n} = (0, 1, 0)$ (d) $P(0, 0, 0); \vec{n} = (1, -2, 3)$
10. Encontre a representação paramétrica para a interseção dos planos $x + y + z = 1$ e $2x - z = 3$.
11. Seja $A(1, 0, 2)$ e $B(2, 1, 0)$. Qual é o ponto que divide o segmento AB na razão de 3 para 4.
12. Ache as equações simétricas e paramétricas da reta que passa pelos pontos $A(0, 1, 2)$ e $B(1, 2, 1)$.
13. Encontre a equação da reta que passa pelo ponto $A(1, 2, 1)$ e é perpendicular ao plano $x - y + 2z - 1 = 0$.
14. Encontre a equação da reta que passa por $A(1, 0, 1)$ e é paralela aos planos $2x + 3y + z + 1 = 0$ e $x - y + z = 0$.
15. Encontre as equações paramétricas para a reta dado pela interseção dos planos:
(a) $7x - 2y + 3z = -2$ e $-3x + y + 2z + 5 = 0$ (b) $2x + 3y - 5z = 0$ e $y = 0$.
16. Calcule o ângulo entre as retas $r_1 : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$ e $r_2 : x - 1 = y - 1 = \sqrt{2}z$
17. Determine o ângulo entre as retas $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 4 + k \\ y = 2 + k \\ z = 5 + k \end{cases}$
18. Determine o ângulo da reta $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ com o plano $2x - y + 2z = 1$.
19. Determine o ângulo entre os planos $2x - y + 3z = 0$ e $x + y - 8z = 1$.

Respostas de alguns exercícios : Lista de Exercícios Retas no espaço e ângulos

(01) $\frac{\pi}{4}$; Por quê?

(02) $\frac{\pi}{4}$; Por quê?

(03) $\arccos\left(\frac{4}{\sqrt{30}}\right)$; Por quê?

(04) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases} t \in \mathbb{R}$ Por quê?

(06) (a) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases} t \in \mathbb{R}$ Por quê? (b) $\begin{cases} x = 0 \\ y = k \\ z = 0 \end{cases} k \in \mathbb{R}$ Por quê? (c) $(1 + t, 1 + t, 0) t \in \mathbb{R}$

Por quê?

(07) $(2 + 2t, 1 - t, t) t \in \mathbb{R}$ Por quê?

(08) $(3t, t, 2t) t \in \mathbb{R}$ Por quê?

(09) (a) $(3 + 2t, -1 + t, 2 + 3t) t \in \mathbb{R}$ Por quê? (b) $(-2 + 6t, 3 - 6t, -3 - 2t) t \in \mathbb{R}$ Por quê?

(c) $(2, 2 + t, 6) t \in \mathbb{R}$ Por quê? (d) $(t, -2t, 3t) t \in \mathbb{R}$; Por quê?

Forma simétrica: (a) $\frac{x-3}{2} = y + 1 = \frac{z-2}{3}$ (b) $\frac{x+2}{6} = -\frac{y-3}{6} = -\frac{z+3}{2}$ (d) $x = -\frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ Por quê?

(10) $(\frac{4}{3} - t, 3t, -\frac{1}{3} - 2t) t \in \mathbb{R}$ Por quê?

(11) $(\frac{7}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2})$, equação paramétrica da reta: $(1 + t, t, 2 - 2t) t \in \mathbb{R}$; Por quê?

(12) $x = y - 1 = 2 - z$; equação paramétrica $(t, 1 + t, 2 - t) t \in \mathbb{R}$; Por quê?

(13) $(1 + t, 2 - t, 1 + 2t) t \in \mathbb{R}$; Por quê?

(14) $(1 + 4t, -t, 1 - 5t) t \in \mathbb{R}$; Por quê?

(15) (a) $(-12 - 7t, -41 - 23t, t) t \in \mathbb{R}$ (b) $(\frac{5}{2}t, 0, t) t \in \mathbb{R}$; Por quê?

(16) $\arccos\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$; Por quê?

(17) $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$; Por quê?

(18) $\arccos\left(\frac{5}{\sqrt{70}}\right)$; Por quê?

(19) $\arccos\left(\frac{23}{\sqrt{924}}\right)$; Por quê?

Bibliografia usada:

- Geometria Analítica: Reis/Silva; Ed. LTC, 2ª edição, 1996
- Geometria Analítica: Murdoch, David; Ed. LTC, 1969
- Vetores e Matrizes, Nathan Moreira dos Santos Ed Ao Livro Técnico S.A., 1972.
- Cálculo Diferencial a Várias Variáveis: Uma Introdução à Teoria de Otimização; H. J. Bortolossi, Ed. PUC-Rio, 2002.
- Álgebra Linear com Aplicações; H. Anton e C. Rorres; Ed. Bookman, 8ª edição