Lista 2

1. Para que valores de $m \in \mathbb{R}$ os pontos $A = (m, 1)$, $B = (2, m)$ e a origem são colineares.

2. Dê a equação cartesiana da reta
   - que passa pelos pontos $(2, 1)$ e $(3, 4)$.
   - perpendicular ao vetor $(1, 3)$ que passa pelo ponto $(1, 0)$.
   - paralela ao vetor $(1, 3)$ que passa pelo ponto $(1, -1)$.

3. Dê as equações paramétricas e faça um esboço da reta que passa por P_0 e é paralela à $\vec{v}$, onde
   - $P_0 = (1, 2)$ e $\vec{v} = (-1, -2)$.
   - $P_0 = (0, -1)$ e $\vec{v} = (2, 3)$.

4. Dê as equações paramétricas das retas determinadas por P e Q, onde
   - $P = (1, 3)$ e $Q = (2, -1)$.
   - $P = (5, 4)$ e $Q = (0, 3)$.

5. Determine as equações paramétricas das seguintes retas.
   - $2x - 5y = 3$.
   - $x = 3y$.
   - $x - 4 = 0$

6. Dadas as equações paramétricas, dizer quais delas representam a mesma reta.
   - $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -2t + 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
   - $\begin{cases} x = -6t - 2 \\ y = 4t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
   - $\begin{cases} x = -3t + 2 \\ y = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

7. Determine as equações cartesianas das seguintes retas
   - $\begin{cases} x = t + 5 \\ y = 2t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
   - $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -t + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
   - $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

8. Verifique se as retas dadas em cada item são ou não são paralelas.
   - $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $3x + y = 1$.
   - $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ e $x + y = 0$.

9. Em cada um dos itens abaixo, determine, se existir, o ponto de interseção dos segmentos AA' e BB'. Se os segmentos não se interceptarem, decida de eles pertencem a retas concorrentes, paralelas ou coincidentes.

(a) $A = (1, 3),\ A' = (2, -1),\ B = (-1, 1)$ e $B' = (4, 1)$.

(b) $A = (0, 0),\ A' = (1, 1),\ B = (3, 4)$ e $B' = (-1, 5)$.

(c) $A = (1, 234),\ A' = (0, 123),\ B = (317, 240)$ e $B' = (315, 18)$.

(d) $A = (2, 5),\ A' = (3, 6),\ B = (18, 21)$ e $B' = (40, 43)$.

10. Determine a e b de modo que as equações $\begin{cases} x = at + 1 \\ y = bt + 5 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, sejam uma representação paramétrica da reta $y = 2x + 3$.

11. Mostre que, válido pra todos os valores de a, as retas $y = ax + 3 - 5a$ passam pelo mesmo ponto. Que ponto é esse?

12. Faça um esboço da reta $y = ax + b$ quando $ab > 0$. Idem para $ab < 0$.

13. Determine $\lambda \in \mathbb{R}$ de modo que o ponto $(1, \lambda)$ esteja na reta $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2 + t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

14. Encontre a interseção das retas abaixo:

- $r : 4x + y = 4$ e $s : 3x - 2y = 5$.
- $r : 2x + 6y$ e $s : \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 1 - 3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.
- $r : \begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = 2t - 4 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, e $s : \begin{cases} x = -t - 5 \\ y = 1 + 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.
- $r : x - 2y = 0$, $s : 3x + 4y = 2$ e $l : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2 - 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.
- $r : 2x + y = 1$, $s : 3x + 4y = 2$ e $l : y - 5x = 5$.
- $r : \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = 2 - 3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, $s : \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 1 - \dfrac{2}{3}t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ e $l : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 4t + 2 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

15. Determine as equações paramétricas e cartesiana da reta s que passa pelo ponto P e é perpendicular à reta r, onde

- $P = (1, 3)$ e $r : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.
- $P = (1, 2)$ e $r : 2x - 5y = 2$.

16. Determine a equação da reta paralela à reta $y = 2x + 1$ que passa pelo ponto médio do segmento AB, onde $A = (1, -1)$ e $B = (2, 3)$.

17. Mostre que as retas $5x - y - 6 = 0,\ x + 5y = 22;\ 5x - y = 32$ e $x + 5y + 4 = 0$ formam um quadrado.

18. Uma reta que passa pela interseção das retas $7x - 2y = 0$ e $4x - y = 1$ é perpendicular à reta $3x + 8y = 19$. Determine sua equação.

19. Calcule a equação cartesiana da reta:

- paralela à reta $2x + 5y = 1$ que passa pelo ponto $(1, 2)$.
- perpendicular à reta $y = 3x + 1$ que passa pelo ponto $(-3, 1)$.
- perpendicular à reta $x = 3$ que passa pelo ponto $(2, 0)$.

20. Sejam A, B, C, D os vértices de um paralelogramo, onde $A = (1, 3),\ B = (3, -1)$ e $C = (1, 1)$. Calcule a equação da reta r que passa por D, sabendo-se que a reta r é paralela à diagonal que não passa por D.

21. Determine as equações das retas que passam pelo ponto $(2, -1)$ e formam cada uma, um ângulo de 45^0 com a reta $2x - 3y + 7 = 0$.

22. Determine que condições a e b devem satisfazer para que as retas $2y = ax + b$ e $y = 2x + a$ sejam paralelas.

23. Calcule o menor ângulo entre as retas

$$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = \sqrt{3}t + 8 \end{cases}, t \in \mathbb{R}, \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} x = -t + 1 \\ y = -\sqrt{3}t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

24. Calcule o menor ângulo que a reta $r : x + \sqrt{3}y = 1$ faz com a reta $s : \sqrt{3}y - x = 1$.

25. Determine as equações cartesianas da família de retas que fazem um ângulo de $\dfrac{\pi}{4}$ com a reta $y = 2x+1$.

26. Encontre as equações das retas que passam pelo ponto $(1, -3)$ e fazem um ângulo de $\dfrac{\pi}{3}$ com a reta $r : 3x - y = 1$.

27. Calcule a distância do ponto $(3, 5)$ à reta $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

28. A distância da reta $4x - 3y + 1 = 0$ ao ponto P é 4. Se a ordenada de P é 3, determine sua abscissa.

29. Calcule o perímetro do triângulo definido pelas retas $y = 2x + 1$, $2y = x - 1$ e $y + x = 1$. Determine sua altura em relação à reta $y + x = 1$ e cálcule sua área.

30. Calcule a distância,
    - da reta $2y = x + 1$ ao ponto $P = (2, -1)$.
    - da reta $x + y = 2$ à reta $x + y = 3$.

31. Sejam $P = (1, 2)$ e $Q = (-2, -2)$.
    (a) Determine a equação cartesiana da reta que passa por P e Q.
    (b) Determine as coordenadas dos pontos que estão sobre a reta do item anterior e cuja distância ao ponto Q é o dobro da distância ao ponto P.
    (c) Determine as coordenadas dos pontos que estão sobre a reta do item (a) e cuja distância ao ponto Q é λ vezes a distância ao ponto P, onde $\lambda > 0$.

32. Faça um esboço do conjunto de pontos que satisfaz à equação $|y| = 2x - 1$.

33. Os pontos $A = (2, 5)$ e $B = (14, 1)$ são simétricos em relação à uma reta. Determine a equação desta reta.

34. Determine a equação da mediatriz do segmento AB, onde $A = (2, 3)$ e $B = (5, 4)$.

35. Um ponto se move de maneira que sua distância ao ponto $(1, -1)$ é sempre igual a duas vezes sua distância à reta $3x - 2y + 6 = 0$. Determine a equação de seu lugar geométrico.

36. Encontre (se possível) $\lambda \in \mathbb{R}$ para que $d(r, Q) = 3$, onde
    - $r : x - y = 3$ e $Q = (\lambda, \lambda)$, $\lambda \geq 0$.
    - $r : \lambda x = y$ e $Q = (2, \sqrt{3})$.

37. Determine a equação do lugar geométrico de um ponto que se move de maneira que sua distância à reta $4x - 3y + 12 = 0$ é sempre igual a duas vezes sua distância ao eixo OX.

38. Determine (se for possível) $\lambda \in \mathbb{R}$, de modo que as retas $x + 2y = 1$; $3x - y = 2$ e $x + y = \lambda$ se encontrem duas a duas, em três pontos que sejam os vértices de um triângulo de área 4.

39. Esboce a família de retas descritas pela equação $3y = \lambda x + 3$, $0 \leq \lambda \leq 3$.

40. Determine o simétrico do ponto (a, b) em relação à reta $y = 2x + 1$.

41. Determine a equação cartesiana do refletido da reta $y = 4x - 3$ em relação à reta $y = 2x + 1$.

42. Para cada uma das famílias abaixo, estabeleça (e interprete geométricamente) propriedades que as caracterizam:

   - $5x + 4y = \lambda,\ \lambda \in [0, 4]$.
   - $y = \lambda x + 7,\ \lambda \geq 0$.
   - $y - 3 = \lambda(x + 4);\ \lambda \in \mathbb{R}$
   - $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{\lambda} = 1;\ \lambda \neq 0$.

43. Determine, com um único parâmetro e dando seu domínio de variação, uma equação que descreva a família de todas as retas que tem a seguinte propriedade: o triângulo formado pelas reta e pelos eixos coordenados tem área 2 e está situado no primeiro quadrante.