

uff Universidade Federal Fluminense
EGM - Instituto de Matemática
GMA - Departamento de Matemática Aplicada

LISTA 14 - 2011-2

Miscelânea

Nos exercícios 1 a 18 encontre todas as soluções da EDO.

1. $y' = 1 + x + y^2 + xy^2$
2. $y' + y^2 + 3y + 2 = 0$
3. $xy' - e^{y'} - y = 0$
4. $x^2y' + 3xy = \frac{\sin x}{x}, x < 0.$
5. $2(1 - x^2)y' - (1 - x^2)y = xy^3e^{-x}$
6. $(x^2 + x + 1)yy' + (2x + 1)y^2 = 2x - 1$
7. $y' = y(xy^3 - 1)$
8. $y'' - 8y = 0$
9. $y'' + 8y' + 16y = 0$
10. $3y'' + 2y' + y = 0$
11. $\frac{dy^5}{dx^5} - 16\frac{dy}{dx} = 0$
12. $y'' + 3y = -48x^2e^{3x}$
13. $y'' - y' + \frac{y}{4} - 3 = e^{x/2}$
14. $y'' + 2y' + y = \sin x + 3 \cos 2x$
15. $y''' - 3y'' + 3y' - y = x - 4e^x$
16. $y'' + y = 8 \sin^2 x$
17. $y'' - 2y' + y = \frac{e^{-x}}{1 + x^2}$
18. $(1 + ye^{xy})dx + (2y + xe^{xy})dy = 0$

Nos exercícios 19 e 20 resolva o PVI.

19. $y' = \frac{4y}{4x + y}, y(1) = 1$
20. $x^2y'' + xy' + y = 0, y(1) = 1, y'(1) = 2$

Nos exercícios 21 e 22 resolva a EDO fazendo a mudança de variável indicada.

21. $xy' - y = \frac{x^3e^{y/x}}{y}$ (faça $u = y/x$)
22. $y'' = 2x(y')^2$ (faça $u = y'$)

23. Determine o valor de y_0 para o qual a solução do PVI abaixo tangencia o eixo $0x$

$$y' + \frac{2y}{3} = 1 - \frac{x}{2}, y(0) = y_0$$

24. Sabendo que $y_1 = e^x$ é uma solução da EDO homogênea associada a

$$xy'' - 2(x + 1)y' + (x + 2)y = x^3,$$

determine sua solução geral, para $x > 0$.

Nos exercícios 25 e 26 encontre a trajetória ortogonal da família de curvas dadas.

25. $y^2 = c_1x^3$
26. $y = c_1e^{-x}$

27. Considere a EDO $y' - xy^2 + (2x - 1)y = x - 1$. Encontre uma solução constante para ela e determine sua solução geral.

28. Um material radioativo se desintegra a uma taxa proporcional à quantidade presente em cada instante. Supondo que a quantidade inicial de material seja Q_0 e que 10 anos depois já tenha desintegrado $1/3$ do material inicial, determine sua *meia-vida*.
29. Suponha que uma gota d'água esférica evapore a uma taxa proporcional à área de sua superfície. Se o raio mede originalmente 3mm e 1h depois foi reduzido a 2mm, encontre a expressão do raio em função do tempo.

RESPOSTAS DA LISTA 14

1. $\arctan y - x - x^2/2 = c$
2. $y = \frac{ce^x - 2}{1 - ce^x}$ e $y = -1$.
3. $y = cx - e^c$, $y = x \ln x - x \quad x > 0$
4. $y = -\cos x/x^3 + c/x^3$
5. $y^{-2} = \frac{\ln|x^2 - 1| + c}{2e^x}$
6. $y^2 = 1 - \frac{4x^3 + 6x^2 + 12x}{3(x^2 + x + 1)^2} + \frac{c}{(x^2 + x + 1)^2}$
7. $y^{-3} = x + 1/3 + ce^{3x}$
8. $y = c_1 e^{2\sqrt{2}t} + c_2 e^{-2\sqrt{2}t}$
9. $y = c_1 e^{-4x} + c_2 x e^{-4x}$
10. $y = e^{-x/3} (c_1 \cos \frac{\sqrt{2}x}{3} + c_2 \sin \frac{\sqrt{2}x}{3})$
11. $y = c_1 + c_2 e^{-2x} + c_3 e^{2x} + c_4 \cos 2x + c_5 \sin 2x$
12. $y = c_1 \cos \sqrt{3}x + c_2 \sin \sqrt{3}x + (-4x^2 + 4x - 4/3)e^{3x}$
13. $y = c_1 e^{x/2} + c_2 x e^{x/2} + 12 + x^2/2e^{x/2}$
14. $y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x} - \cos x/2 + 12 \sin 2x/25 - 9 \cos 2x/25$
15. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x + c_3 x^2 e^x - x - 3 - \frac{2x^3 e^x}{3}$
16. $y = 4 + \frac{4 \cos 2x}{3} + c_1 \cos x + c_2 \sin x$
17. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x - \frac{e^x \ln(1 + x^2)}{2} + x e^x \arctan x$
18. $x + y^2 + e^{xy} = c$
19. $y e^{-x/y} = 1/e$
20. $y = \cos(\ln x) + 2 \sin(\ln x)$
21. $y + x = x(c_1 - x)e^{y/x}$
22. $y = c_2 - \frac{\arctan(x/c_1)}{c_1}$
23. $y_0 = \frac{21}{9} - \frac{9}{8} e^{4/3}$
24. $y_0 = 3/2$
25. $2x^2 + 3y^2 = c_2$
26. $y^2 = 2x + c_2$
27. $y = 1 + \frac{1}{1 - x + ce^{-x}}$
28. $\frac{10 \ln 2}{\ln 3 - \ln 2} \text{anos} \simeq 17 \text{anos}$
29. $r = 3 - t, 0 < t < 3$.