

## FÓRMULAS

**Método de Frobenius:**  $F(r) = r(r-1) + p_0r + q_0$ ;  $a_n F(r+n) = -\sum_{k=0}^{n-1} a_k \{(r+k)p_{n-k} + q_{n-k}\}$ ,  $n \geq 1$ .

**Transformadas de Laplace:**  $\mathcal{U}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$ ,  $f * g(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau) d\tau$  e  $\delta(t)$  é o delta de Dirac.

Função	$f(t)$	$g(t)$	$t^n, n = 0, 1, \dots$	$\sin(at)$	$\cos(at)$	$\mathcal{U}(t-a)$	$\delta(t-a)$
Transformada	$\mathcal{L}(f) \equiv F(s)$	$G(s)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$	$\frac{s}{s^2 + a^2}$	$\frac{e^{-as}}{s}$	$e^{-as}$

Função	$e^{at}f(t)$	$\mathcal{U}(t-a)f(t-a)$	$f'(t)$	$t^n f(t)$	$(f * g)(t)$
Transformada	$F(s-a)$	$e^{-as}F(s)$	$sF(s) - f(0)$	$(-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$	$F(s)G(s)$

**Sistemas de Equações:** Dada uma matriz  $A$  de  $n \times n$ , a solução do PVI

$$\begin{cases} X'(t) = AX(t) + F(t), \\ X(0) = X_0, \end{cases} \quad \text{é dada por} \quad X(t) = e^{At}X_0 + e^{At} \int_0^t e^{-As}F(s) ds.$$

A matriz exponencial  $e^{At}$  é dada por  $R_t(At)$  onde  $R_t(z) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(t)z^k$ . Para achar as funções  $\alpha_k(t)$  use o fato de que para cada auto-valor  $\lambda$  com multiplicidade  $m > 1$  da matriz  $A$ :  $e^{\lambda t} = R_t^{(j)}(\lambda t)$  para  $j = 0, 1, \dots, m-1$ .