

Lista No. 2 de Exercício

Professor: Gustavo Benitez Alvarez.

Nome do Aluno: _____

1) Determine o domínio de definição da função:

a) $y = \sqrt{1 - x^2}$,

b) $y = \frac{1}{\sqrt{|x| - x}}$.

Determine também o conjunto imagem.

2) Achar a expressão analítica das funções compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ se:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad \text{e } g(x) = (x - 2)(x + 1).$$

3) Dada a função $f(x) = \begin{cases} 3^{-x} - 1, & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right), & \text{se } 0 \leq x < \pi \\ \frac{\ln(x)}{\sqrt{x-2}}, & \text{se } \pi \leq x \leq 6 \end{cases}$. Achar os valores:

$$f(-1), f\left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ e } f(e^2).$$

4) Encontrar a função polinomial de grau 2 tal que: $f(0) = 5$, $f(-1) = 10$ e $f(1) = 6$.

5) Calcule o seguinte limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^k \sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2} \right)$, onde k é um número natural fixo.

6) Analise a existência dos limites laterais da função $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{5x+2}{4x+2}\right)^{\frac{1}{x}}, & \text{se } x < 0 \\ (1+x)^{\frac{6x+1}{2x}}, & \text{se } x > 0 \end{cases}$

no ponto $x = 0$ e diga se existe ou não o limite da função em $x = 0$.

7) Calcule o seguinte limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos^2\left(\frac{1}{x}\right) \right)^{\operatorname{csc}^2\left(\frac{1}{x}\right)}$.

8) Definição: As funções $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ e $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ se denominam, coseno ($ch(x)$) e seno ($sh(x)$) hiperbólico, respetivamente. Isto é: $ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ e $sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

a) Achar os valores $ch(0)$ e $sh(0)$.

b) Prove que $ch^2(x) - sh^2(x) = 1$.

9) Sabendo que a tangente e cotangente hiperbólica são definidas como: $th(x) = \frac{sh(x)}{ch(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ e $cth(x) = \frac{ch(x)}{sh(x)} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$. Achar os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} th(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} th(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} th(x)$.

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} cth(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} cth(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} cth(x)$.

10) Considere a função $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$ para todo $x \in R$.

a) Diga se existe a função inversa f^{-1} em todo R e justifique.

b) Encontre o domínio de definição de f^{-1} e sua expressão analítica.