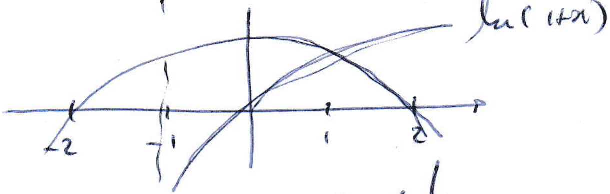
Prova Escrita No 1 V1 1/2011

Q1) $f(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{-x^2+4}}$ $f_1(x) = \ln(1+x)$ $1+x>0 \Rightarrow x>-1$

dom $f_1 = \{x \in \mathbb{R} / x > -1\}$.

$f_2(x) = \dfrac{1}{\sqrt{-x^2+4}}$ $-x^2+4>0 \Rightarrow x^2<4 \Rightarrow \sqrt{x^2}<\sqrt{4} \Rightarrow |x|<2$ ou $-2<x<2$



dom $f_2 = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 2\}$

Dom f = Dom $f_1 \cap$ Dom $f_2 = \{x \in \mathbb{R} / -2<x<2$ e $x>-1\}$ ou seja Dom $f = \{x \in \mathbb{R} / -1 < x < 2\}$.

Q4) $f(x) = \dfrac{e^{2x}[\operatorname{sen}(x) + \ln(x)]}{x}$ $\dfrac{f_1}{f_2}$

$$\frac{df}{dx} = \frac{\{e^{2x}[\operatorname{sen}(x)+\ln(x)]\}' x - e^{2x}[\operatorname{sen}(x)+\ln(x)]\,(x)'}{x^2}$$

$$\frac{df_1}{dx} = (e^{2x})'[\operatorname{sen}(x)+\ln(x)] + e^{2x}[\operatorname{sen}(x)+\ln(x)]'$$

$$= e^{2x}\cdot 2[\operatorname{sen}(x)+\ln(x)] + e^{2x}\left[\cos x + \frac{1}{x}\right].$$

$$= e^{2x}\left[2(\operatorname{sen}(x)+\ln(x)) + \cos x + \frac{1}{x}\right].$$

$$df = \frac{x e^{2x}\left[2(\operatorname{sen}(x)+\ln(x)) + \cos x + \frac{1}{x}\right] - e^{2x}[\operatorname{sen}(x)+\ln(x)]}{x^2}\,dx.$$

Q5) Extremos Relativos. $f(x) = 2x^3 - 2x$ $[-1, 1]$

Condição necessária $\dfrac{df}{dx} = 0$ ou $\dfrac{df}{dx} = \nexists$

$f'(x) = (2x^3 - 2x)' = 6x^2 - 2 = 2(3x^2 - 1) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 1 = 0$

$x^2 = \frac{1}{3}$ $x_1 = -\sqrt{\frac{1}{3}}$ $x_2 = \sqrt{\frac{1}{3}}$ pontos críticos.

Condição suficiente $y'' = \begin{cases} >0 & \text{mínimo} \\ <0 & \text{máximo} \end{cases}$

$$f''(x) = (f'(x))' = (6x^2-2)' = 12x.$$

$f''(x_1 = -\sqrt{\tfrac{1}{3}}) = 12(-\sqrt{\tfrac{1}{3}}) < 0$ Logo neste ponto f tem um máximo relativo.

$f''(x_2 = \sqrt{\tfrac{1}{3}}) = 12(\sqrt{\tfrac{1}{3}}) > 0$ Logo neste ponto f tem um mínimo relativo.

Extremos Absolutos.

$$f(x=-1) = 2(-1)^3 - 2(-1) = 0$$

$$f(x=1) = 2(1)^3 - 2(1) = 0$$

$$f(x_1 = -\sqrt{\tfrac{1}{3}}) = 2\left(-\sqrt{\tfrac{1}{3}}\right)^3 - 2\left(-\tfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = -2\left(\tfrac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} + 2\left(\tfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = 2\left[\left(\tfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\tfrac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\right] > 0$$

$$f(x_2 = \sqrt{\tfrac{1}{3}}) = 2\left(\sqrt{\tfrac{1}{3}}\right)^3 - 2\left(\sqrt{\tfrac{1}{3}}\right) = 2\left[\left(\tfrac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\tfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right] < 0$$

Logo $f(x)$ alcança seu máximo absoluto junto com seu máximo relativo em $x_1 = -\sqrt{\tfrac{1}{3}}$ e o mínimo absoluto junto com o mínimo relativo em $x_2 = \sqrt{\tfrac{1}{3}}$.

Q2) Questão 2 Prova VR turma V1 1/2008

Q3 Questão 2 Prova VR 1/2007
