	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma): ____________________** **Assinatura do Aluno: ________________________** **Prova Escrita Nº 1 Turma V3 01/2012**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explícito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Determine o domínio de definição da função $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{-x^2+4}}+sen(x)$.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine, se possível, os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^4-n^2+5}{n^4-5}$, b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2sen(x-1)+\ln(x)}{(x-1)}$.

Questão 3: (Valor 2,0) Seja $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{x+a}+\dfrac{sen2x}{x}+\left(\dfrac{5x+2}{4x+2}\right)^{\frac{1}{x}}, & \text{se } x\neq 0\\ 2+e^a, & \text{se x = 0}\end{cases}$. Como deve ser escolhido o número “a” para que a função seja continua em x=0.

Questão 4: (Valor 2,0) Calcule o diferencial de primeira ordem da função $f(x)=\dfrac{x[sen(x)+\ln(x)]}{e^x}$.

Questão 5: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x)=sen(x)\cos(x)$ no intervalo $x\in[0,\pi]$.

Prova No 1 TV3 01/2012

Q1) $f(x) = \dfrac{x[\operatorname{sen} x + \ln x]}{e^x}$

$$\frac{df_1}{dx} = \frac{d}{dx}\{x[\operatorname{sen} x + \ln x]\} = (x)'[\operatorname{sen} x + \ln x] +$$

$$x[\operatorname{sen} x + \ln x]' = \operatorname{sen} x + \ln x + x\left[\cos x + \frac{1}{x}\right]$$

$$\frac{df_1}{dx} = \operatorname{sen} x + \ln x + x\cos x + 1 \text{. Logo}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{\{x[\operatorname{sen} x + \ln x]\}' e^x - x[\operatorname{sen} x + \ln x](e^x)'}{e^{2x}}$$

$$= \frac{e^x\{\operatorname{sen} x + \ln x + x\cos x + 1 - x[\operatorname{sen} x + \ln x]\}}{e^{2x}}$$

$$= \frac{\operatorname{sen} x(1-x) + \ln x(1-x) + x\cos x + 1}{e^x}$$

$$= \frac{(1-x)(\operatorname{sen} x + \ln x) + x\cos x + 1}{e^x} \text{. Portanto,}$$

$$df = \frac{df}{dx}dx = \frac{(1-x)(\operatorname{sen} x + \ln x) + x\cos x + 1}{e^x}\,dx.$$

Q2) a) $$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^4 - n^2 + 5}{n^4 - 5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^4\left[3 - \frac{1}{n^2} + \frac{5}{n^4}\right]}{n^4\left[1 - \frac{5}{n^4}\right]}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3 - \frac{1}{n^2} + \frac{5}{n^4}}{1 - \frac{5}{n^4}} = \frac{3 - 0 + 0}{1 - 0} = 3$$

b) $L = \lim_{x \to 1} \dfrac{2\,\text{sen}(x-1) + \ln x}{(x-1)} = \lim_{x \to 1} \left[\dfrac{2\,\text{sen}(x-1)}{(x-1)} + \dfrac{\ln x}{(x-1)} \right]$

- $\lim_{x \to 1} \dfrac{2\,\text{sen}(x-1)}{x-1} = \lim_{u \to 0} \dfrac{2\,\text{sen}\, u}{u}$

$\boxed{\begin{array}{l} u = x-1 \\ \lim_{x \to 1} u = 0 \end{array}}$

$= \lim_{u \to 0} 2 \dfrac{u}{u} = 2.$

$\boxed{\begin{array}{l} \text{sen}\, u \sim u,\ u \to 0 \\ \ln(1+u) \sim u,\ u \to 0 \end{array}}$

- $\lim_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{(x-1)} = \lim_{u \to 0} \dfrac{\ln(1+u)}{u} = \lim_{u \to 0} \dfrac{u}{u} = 1$

Logo $L = \lim_{x \to 1} \dfrac{2\,\text{sen}(x-1)}{(x-1)} + \lim_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} = 2+1 = 3$

Q1) $f(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{-x^2+4}} + \text{sen}\, x$, $\quad f_1(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{\sqrt{4-x^2}}$

$f_2(x) = \text{sen}(x)$. $\text{Dom}\, f_2 = \{x \in \mathbb{R}\}$. e para $f_1(x)$

temos $1+x > 0 \Rightarrow x > -1$ e também $(2-x)(x+2) > 0$ ou

$4 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow \sqrt{x^2} < \sqrt{4} = 2 \Rightarrow |x| < 2.$

Logo $\text{Dom}\, f_1 = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -1 \text{ e } |x| < 2\} =$

$= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > -1 \text{ e } x < 2\} = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -1 < x < 2\}.$

$\text{Dom}\, f = \text{Dom}\, f_1 \cap \text{Dom}\, f_2 = \{x \in \mathbb{R} \,/\, -1 < x < 2\}.$

Prova No 1 TV3 01/2012

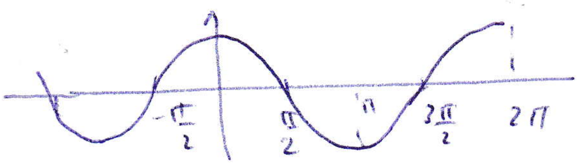
Q5) $f(x) = \text{sen}\, x \cos x = \frac{1}{2}\text{sen}(2x)$

- Extremos relativos.

• Condição Necessaria

$y' = 0$ ou $y' = \nexists$ pontos críticos

$$y' = \frac{1}{2}\left[\text{sen}(2x)\right]' = \frac{1}{2}\cos(2x)\cdot 2 = \cos(2x) = 0$$



$\cos u = 0$ se $u = \frac{\pi}{2} + n\pi$ com $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Não existe nenhum ponto x para o qual $y' = \nexists$.

Logo $2x = 0$ se $2x = \frac{\pi}{2} + n\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$ que no intervalo em analise $[0, \pi]$ teremos $n = 0$ e $n = 1$. Ou seja, $x_1 = \frac{\pi}{4}$ e $x_2 = \frac{3\pi}{4}$.

• Condição Suficiente

$$y''(x_0) = \begin{cases} < 0 & \text{máximo} \\ > 0 & \text{mínimo.} \end{cases}$$

$$y'' = (y')' = (\cos(2x))' = -\text{sen}(2x)\cdot 2$$

$$y''(x_1) = -2\,\text{sen}\left(2\cdot\frac{\pi}{4}\right) = -2\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2\cdot 1 = -2 < 0$$

Logo aqui teremos um máximo relativo

$$y''(x_2) = -2\,\text{sen}\left(2\cdot\frac{3\pi}{4}\right) = -2\,\text{sen}\left(3\frac{\pi}{2}\right) = -2(-1) = 2 > 0$$

Logo aqui teremos um mínimo relativo

- Extremos absolutos

$y(0) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2 \cdot 0) = 0$

$y(\pi) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2 \cdot \pi) = 0$

$y(x_1 = \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2 \cdot \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$ Maximo Absoluto

$y(x_2 = \frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2 \cdot \frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(\frac{3\pi}{2}) = -\frac{1}{2}$ Minimo Absoluto

Logo, o máximo absoluto é alcançado no mesmo ponto do máximo relativo, em $x = \frac{\pi}{4}$, e o valor é $\frac{1}{2}$. O mínimo absoluto é alcançado no mesmo ponto do mínimo relativo, em $x = \frac{3\pi}{4}$, e o valor é $-\frac{1}{2}$.