



UFF – Universidade Federal Fluminense
Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda
Disciplina: Cálculo I
Prof. Gustavo Benitez Alvarez
Nome do Aluno (letra forma): _____
Assinatura do Aluno: _____
Prova Escrita Nº 1 Turma V3 02/2011

Observações:

- Desligue os aparelhos celulares;
- Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;
- Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;
- Provas respondidas à lápis não terão direito a correção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;
- Não é permitido compartilhar materiais didáticos;
- É permitido o uso de calculadoras científicas;
- *Seja o mais explícito possível para responder as questões;*

Questão 1: (Valor 2,0) Determine o domínio de definição da função $f(x) = \frac{\ln(3+2x)}{x^2 - 3x + 2}$.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine, se possível, os seguintes limites:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{5n^3 + 4}{5n^3 + 3} \right]^{(5n^3 + 3)}$,

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \left[\frac{\ln(5x - 2)}{x - \frac{3}{5}} + \frac{\left[\sqrt{x} - \sqrt{\frac{3}{5}} \right]}{\left[\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{\frac{3}{5}} \right]} \right]$.

Questão 3: (Valor 2,0) Seja $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+a} + \frac{\sin 2x}{x} + \left(\frac{5x+2}{4x+2} \right)^{\frac{1}{x}}, & \text{se } x \neq 0 \\ 2 + e^a, & \text{se } x = 0 \end{cases}$. Como deve ser escolhido o número “a” para que a função seja contínua em $x=0$.

Questão 4: (Valor 2,0) Calcule o diferencial de primeira ordem da função $f(x) = \frac{x[\sin(3x-1) + \ln(3x+1)]}{e^{3x}}$.

Questão 5: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x) = \sin(x) \cos(x)$ no intervalo $[0, \pi]$.

Q8) Domínio de $f(x) = \frac{\ln(3+2x)}{x^2-3x+2} \rightarrow f_1$
 $x^2-3x+2 \rightarrow f_2$

$f_1(x) = \ln(3+2x)$ para estar definida $3+2x > 0$

$2x > -3 \Rightarrow x > -\frac{3}{2}$

$f_2(x) = x^2-3x+2$ para estar definida $x^2-3x+2 \neq 0$

$x^2-3x+2 + A^2 = x^2 \quad (x-A)^2 = x^2-2Ax+A^2$

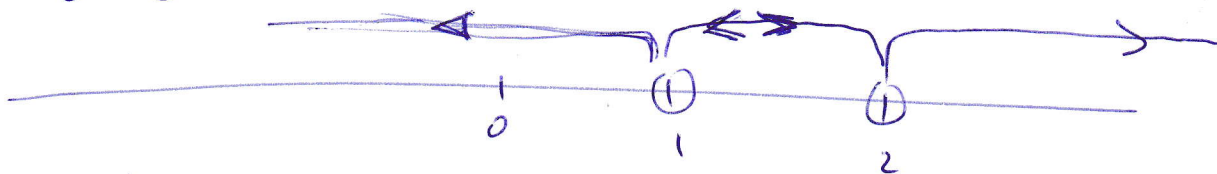
$-3 = -2A \Rightarrow A = \frac{3}{2} \Rightarrow A^2 = \frac{9}{4}$

$x^2-3x+2 = 0 \Rightarrow x^2-3x+2 + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + 2 = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{9-8}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow$

$\left|x-\frac{3}{2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad -(x_2 - \frac{3}{2}) = \frac{1}{2} \quad \text{ou}$

$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{e} \quad x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1.$



Logo para $f(x)$ estar definida $\text{Dom } f = \text{Dom } f_1 \cap \text{Dom } f_2$

ou seja, $\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{3}{2} \text{ e } x \neq 1 \text{ e } x \neq 2\}$

Q9) $df = ? \quad f(x) = \frac{x[\ln(3x-1) + \ln(3x+1)]}{e^{3x}} = f_1(x) \cdot f_2(x)$

$f_1(x) = \frac{x}{e^{3x}} \quad \text{e} \quad f_2(x) = \ln(3x-1) + \ln(3x+1)$

$f'(x) = f_1'(x) f_2(x) + f_1(x) f_2'(x)$

$$f_1'(x) = \frac{1 \cdot e^{3x} - x \cdot e^{3x} \cdot 3}{(e^{3x})^2} = \frac{e^{3x} - 3x e^{3x}}{e^{6x}} = \frac{e^{3x} [1 - 3x]}{e^{6x}}$$

$$= \frac{[1 - 3x]}{e^{3x}}$$

$$f_2'(x) = \ln(3x-1) \cdot 3 + \frac{1}{3x+1} \cdot 3 = 3 \left[\ln(3x-1) + \frac{1}{3x+1} \right]$$

$$df = \left\{ \frac{[1-3x]}{e^{3x}} [\ln(3x-1) + \ln(3x+1)] + \frac{x}{3x} 3 \left[\ln(3x-1) + \frac{1}{3x+1} \right] \right\} dx$$

$$df = \frac{[1-3x][\ln(3x-1) + \ln(3x+1)] + 3x \left[\ln(3x-1) + \frac{1}{3x+1} \right]}{e^{3x}} dx$$
