	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma): ______** **Assinatura do Aluno: ______** **Prova Escrita Nº 2 Turma V1 01/2011**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação faz parte da Avaliação;**
- **Faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta.</u> Respostas à lápis não terão direito a recorreção;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x)=e^x\cos(x)$. Isto é, calcule $\int e^x \cos x dx$.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{2x}{x^4+4}dx$.

Questão 3: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva trigonométrica $y=sen(2x)$ no intervalo $x\in[0,\frac{\pi}{4}]$ ao redor do eixo OX.

Questão 4: (Valor 2,0) Calcule a área da figura plana limitada pelas curvas $f(x)=sen(x)$ e $g(x)=\cos(x)$ no intervalo $x\in[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$.

Questão 5: (Valor 2,0) Determine o comprimento da curva $\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1$, onde $a>0$ e $b>0$.

Fórmulas: $L=\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}dt$; $L=\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}dx$; $V_x=\pi\int_a^b[f(x)]^2dx$;

$\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq 0$; $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq 0$;

$\int\frac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C,\quad a\neq 0$; $\frac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$

Prova Nº 2 V1 1/2011 (1)

2) $I = \int_0^{\sqrt{2}} \frac{2x}{x^4+4}\,dx$ fazendo $w = x^2 \Rightarrow dw = 2x\,dx$

e quando $x \in [0,\sqrt{2}] \Rightarrow w \in [0,2]$

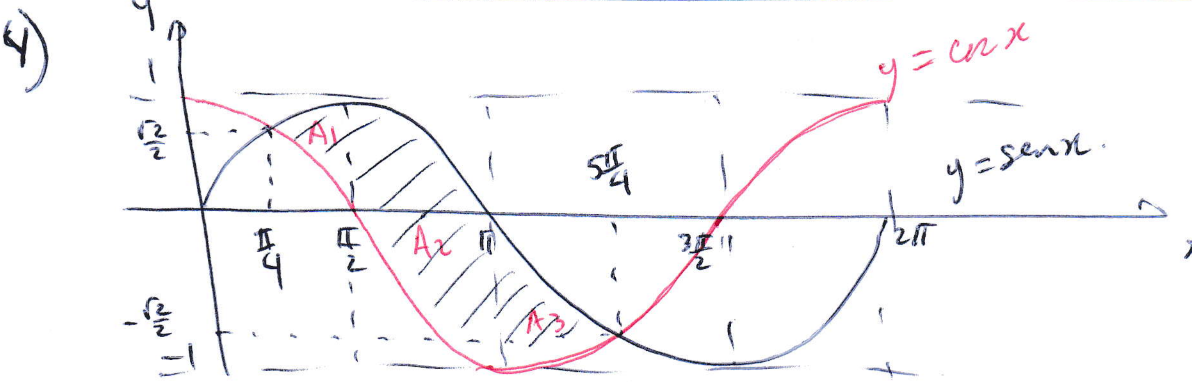
$I = \int_0^2 \frac{dw}{w^2+4}$ usando a integral de tabela

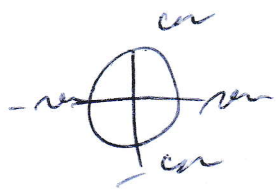
$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{a}\right) + C$ segue

$$I = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{w}{2}\right)\Big|_0^2 = \frac{1}{2}\left\{\overset{\pi/4}{\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{2}\right)} - \overset{0}{\operatorname{arctg}\left(\frac{0}{2}\right)}\right\} = \frac{\pi}{8}$$

---

4)





$A = A_1 + A_2 + A_3$

$$A_1 = \int_{\pi/4}^{\pi/2} (\operatorname{sen} x - \cos x)\,dx = (-\cos x - \operatorname{sen} x)\Big|_{\pi/4}^{\pi/2} =$$

$$= -\left[\left(\overset{0}{\cos\frac{\pi}{2}} + \overset{1}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}}\right) - \left(\overset{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos\frac{\pi}{4}} + \overset{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}}\right)\right] = -\left[1 - \sqrt{2}\right] = \sqrt{2} - 1$$

$$A_2 = \int_{\pi/2}^{\pi} \operatorname{sen} x\,dx + \int_{\pi/2}^{\pi} -\cos x\,dx = (-\cos x - \operatorname{sen} x)\Big|_{\pi/2}^{\pi}$$

$$= -\left[\left(\overset{-1}{\cos\pi} + \overset{0}{\operatorname{sen}\pi}\right) - \left(\overset{0}{\cos\frac{\pi}{2}} + \overset{1}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}}\right)\right] = -[-1-1] = 2$$

$$A_3 = \int_{\pi}^{5\pi/4} [-\cos x - (-\operatorname{sen} x)]\,dx = \int_{\pi}^{5\pi/4} (\operatorname{sen} x - \cos x)\,dx =$$

$$= (-\cos x - \text{sen}\, x)\Big|_{\pi}^{\frac{5\pi}{4}} = -\left[\left(\overset{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\cos \frac{5\pi}{4}} + \overset{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\text{sen}\frac{5\pi}{4}}\right) - \left(\overset{-1}{\cos\pi} + \overset{0}{\text{sen}\,\pi}\right)\right]$$

$$= -\left[-\sqrt{2} + 1\right] = \sqrt{2} - 1$$

Note que $A_1 = A_3$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 2(\sqrt{2} - 1) + 2 = 2(\sqrt{2} - 1 + 1) = 2\sqrt{2}$$