	UFF - Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma): ________________________________** **Assinatura do Aluno: ____** **Prova Escrita Nº 2 Turma V1 02/2008**

Observações:

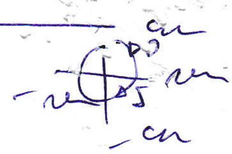
- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

Questão 1: (Valor 2,5) Encontre as primitivas da função $f(x) = (x+2)^2 sen(2x)$. Isto é, calcule $\int (x+2)^2 sen(2x)\, dx$.

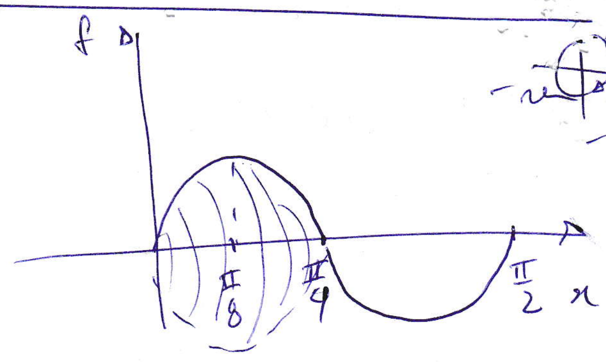
Questão 2: (Valor 2,5) Determine $\int_1^2 \frac{x+1}{3x^2+6x-1} dx$.

Questão 3: (Valor 2,5) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva $y = sen(4x)$ no intervalo $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ ao redor do eixo OX.

Questão 4: (Valor 2,5) Calcule a área da figura plana limitada pelas curvas definidas como segue:
- Curva 1 corresponde a uma linha reta que passa pelos pontos (1,1) e (2,1),
- Curva 2 corresponde a uma parábola quadrática que passa pelos pontos (0,0), (2,4) e (4,0).



Q3) $V_x = \pi \int_a^b f^2_{(x)}\,dx$



$$V_x = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{sen}^2(4x)\,dx$$

$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{2}\left[1 - \cos(2x)\right]$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}\left(1 - \cos(8x)\right) dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1 - \cos(8x)\right) dx = \frac{\pi}{2}\left[x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(8x)\,dx \right]$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\left(\frac{\pi}{4} - 0\right) - \frac{1}{8}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(8x)\,d(8x)\right] = \frac{\pi}{2}\left[\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}\operatorname{sen}(8x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}\right]$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}\left(\cancel{\operatorname{sen}(2\pi)}^{\,0} - \cancel{\operatorname{sen}(0)}^{\,0}\right)\right] = \frac{\pi^2}{8}$$

Q2) $\int_1^2 \frac{x+1}{3x^2+6x-1}\,dx$

$d(3x^2+6x-1) = (6x+6)\,dx = 6(x+1)\,dx$

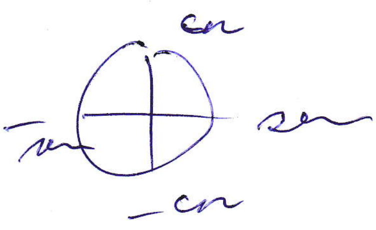
$z = 3x^2+6x-1, \quad z \in [8, 23]$

$$= \int_1^2 \frac{1}{6}\frac{d(3x^2+6x-1)}{(3x^2+6x-1)} = \frac{1}{6}\int_8^{23} \frac{dz}{z} = \frac{1}{6}\ln z \Big|_8^{23}$$

$$= \frac{1}{6}\left[\ln 23 - \ln 8\right] = \frac{1}{6}\ln\left(\frac{23}{8}\right).$$

Q1) $I = \int (x+2)^2 \operatorname{sen}(2x)\,dx$

$u = (x+2)^2, \quad du = 2(x+2)\,dx$



$dv = \operatorname{sen}(2x)\,dx$

$v = \int \operatorname{sen}(2x)\frac{1}{2}\,d(2x) = -\frac{1}{2}\cos(2x)$

Integração por partes $\int u\,dv = uv - \int v\,du$

$$I = -\frac{(x+2)^2}{2}\cos(2x) + \frac{1}{2}\int 2(x+2)\cos(2x)\,dx$$

$u = (x+2)$, $du = dx$

$dv = \cos(2x)\,dx$, $v = \int \cos(2x)\,\frac{1}{2}\,d(2x) = \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2x)$

$$I = -\frac{(x+2)^2}{2}\cos(2x) + \left[\frac{(x+2)}{2}\operatorname{sen}(2x) - \frac{1}{2}\int \operatorname{sen}(2x)\,dx\right]$$

$$= -\frac{(x+2)^2}{2}\cos(2x) + \frac{(x+2)}{2}\operatorname{sen}(2x) + \frac{1}{4}\cos(2x) + C.$$