



UFF – Universidade Federal Fluminense
Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda
Disciplina: Cálculo I
Prof. Gustavo Benitez Alvarez
Nome do Aluno (letra forma): _____
Assinatura do Aluno: _____
Prova Escrita Nº 2 Turma V1/V3 01/2009

Observações:

- Desligue os aparelhos celulares;
- Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;
- Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação faz parte da Avaliação;
- Faça a prova com caneta azul ou preta. Respostas à lápis não terão direito a correção;
- Não é permitido compartilhar materiais didáticos;
- É permitido o uso de calculadoras científicas;
- *Seja o mais explícito possível para responder as questões;*

Questão 1: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x) = ke^x \operatorname{sen}(x)$, sendo k uma constante. Isto é, calcule $\int ke^x \operatorname{sen}(x) dx$.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine $\int_0^1 \sqrt{e^x + 1} dx$.

Questão 3: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva hiperbólica $y = sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ no intervalo $x \in [\ln(1), \ln(2)]$ ao redor do eixo OX.

Questão 4: (Valor 2,0) Calcule a área da figura plana limitada pela curva $f(x) = 2^2 + \operatorname{sen}(2x) \cos(2x)$ e o eixo OX no intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

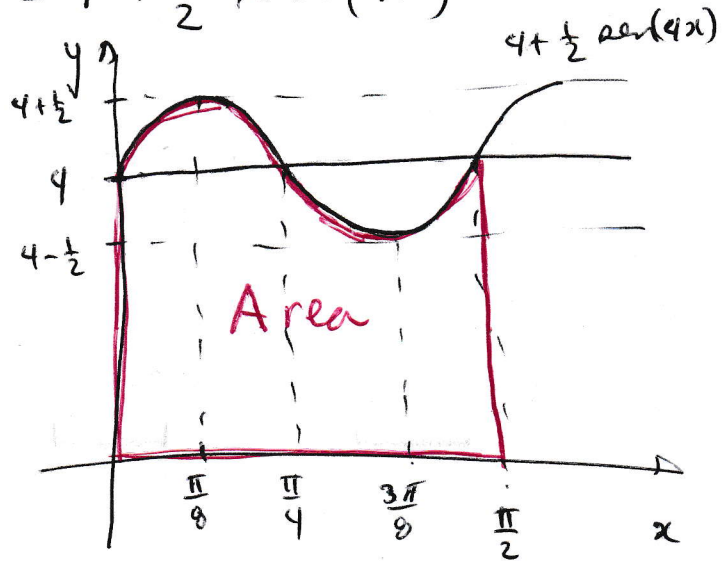
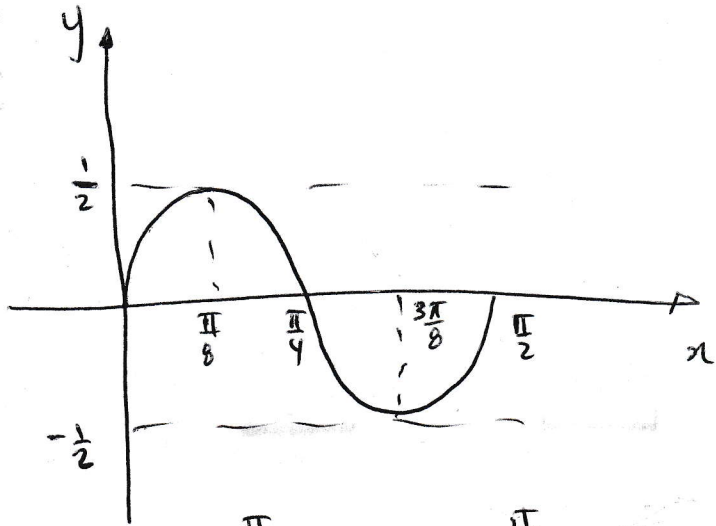
Questão 5: (Valor 2,0) Determine o comprimento da astróide de equação $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

Fórmulas: $L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$; $L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$; $V_x = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$;

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C, \quad a \neq 0; \quad \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{a} \right) + C, \quad a \neq 0;$$

$$\int \frac{dx}{\cos(x)} = \ln |\sec(x) + \operatorname{tg}(x)| + C, \quad a \neq 0; \quad \frac{1}{\cos(x)} = \sec(x)$$

Q4) $f(x) = 2 + \cos(2x) \sin(2x) = 4 + \frac{1}{2} \cos(4x)$



$$A = \int_0^{\pi/2} f(x) dx = \int_0^{\pi/2} \left[4 + \frac{1}{2} \cos(4x) \right] dx$$

$$= 4x \Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \cos(4x) dx \Rightarrow$$

$$w = 4x, \quad dw = 4 dx$$

$$w \in [0, 2\pi]$$

$$= 4 \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \cos w \frac{dw}{4}$$

$$= 2\pi + \frac{1}{8} (-\sin w) \Big|_0^{2\pi} = 2\pi - \frac{1}{8} [\sin(2\pi) - \sin(0)] = 2\pi$$

Q1)	Prova	velha	Q1	P2	turnma	v2	01/2007
Q2)	Prova	velha	Q4	VS	turnma	v1	02/2008
Q3)	Prova	velha	Q3	P2	turnma	v1	01/2008
Q5)	Prova	velha	Q5	P2	—		01/2006.

$$Q2) \int \sqrt{e^x+1} dx = 2\sqrt{e^x+1} + \ln\left(\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}\right) + C$$

$$\int_0^1 \sqrt{e^x+1} dx = \left[2\sqrt{e^x+1} + \ln\left(\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}\right) \right]_0^1$$

$$= \left[2\sqrt{e+1} + \ln\left(\frac{\sqrt{e+1}-1}{\sqrt{e+1}+1}\right) \right] - \left[2\sqrt{e^0+1} + \ln\left(\frac{\sqrt{e^0+1}-1}{\sqrt{e^0+1}+1}\right) \right]$$

$$= \left[2\sqrt{e+1} + \ln\left(\frac{\sqrt{e+1}-1}{\sqrt{e+1}+1}\right) \right] - \left[2\sqrt{2} + \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right) \right]$$
