	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma):** ______________________ **Assinatura do Aluno:** ______________________ **Prova Escrita Nº 2 Turma V1/V3 02/2009**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação faz parte da Avaliação;**
- **Faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta.</u> Respostas à lápis não terão direito a recorreção;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x) = kx^2\cos(x)$, sendo k uma constate. Isto é, calcule $\int kx^2\cos(x)\,dx$.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine $\int_0^1 \frac{1}{2x^2 - x + 1}dx$.

Questão 3: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva hiperbólica $y = ch(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ no intervalo $x \in [\ln(1), \ln(2)]$ ao redor do eixo OX.

Questão 4: (Valor 2,0) Calcule a área da figura plana limitada pelas curvas $f(x) = x^2$ e $g(x) = \sqrt{x}$.

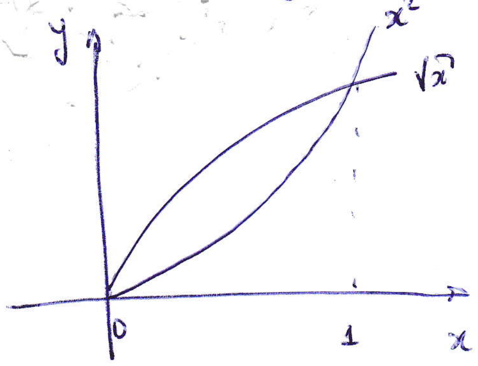
Questão 5: (Valor 2,0) Determine o comprimento da curva Hipocicloide dada em forma paramétrica por $x(t) = a\cos^3(t)$, $y(t) = asen^3(t)$, onde $a > 0$.

Fórmulas: $L = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $V_x = \pi\int_a^b [f(x)]^2\,dx$;

$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C, \quad a \neq 0$; $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right) + C, \quad a \neq 0$;

$\int \frac{dx}{\cos(x)} = \ln|\sec(x) + tg(x)| + C, \quad a \neq 0$; $\frac{1}{\cos(x)} = \sec(x)$

1) $y = x^2$ e $y = \sqrt{x}$



$$A = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)\,dx = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{x^{2+1}}{2+1} \right)\Bigg|_0^1$$

$$= \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{3}\left[\left(2\, 1^{\frac{3}{2}} - 1^3\right) - \left(2\, 0^{\frac{3}{2}} - 0^3\right) \right]$$

$$A = \frac{1}{3}(2-1) = \frac{1}{3}$$

---

2) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{2x^2 - x + 1}\,dx$

$$2x^2 - x + 1 = 2(x+k)^2 + l$$
$$= 2(x^2 + 2kx + k^2) + l$$
$$-1 = 4k \Rightarrow k = -\frac{1}{4}$$
$$1 = 2k^2 + l \rightarrow l = 1 - 2\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{2}{16} = \frac{7}{8}$$

Logo

$$2x^2 - x + 1 = 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$$

$$\int_0^1 \frac{1}{2x^2 - x + 1}\,dx = \int_0^1 \frac{1}{2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}}\,dx$$

fazendo $t = x - \frac{1}{4}$ temos $t \in \left[-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$ e $dx = dt$

$$= \int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{1}{2t^2 + \frac{7}{8}}\,dt = \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{dt}{t^2 + \left(\sqrt{\frac{7}{16}}\right)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{7}{16}}} \operatorname{arctg}\left(\frac{t}{\sqrt{\frac{7}{16}}} \right)\Bigg|_{-\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{7}}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{3}{\sqrt{7}}\right) - \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{7}}\right) \right]$$

Q3) → Q3 P2 Turma V2 1/2008

Q1) → Q1 P2 turma V4 1/2007

Q5) → Q3 VS turma V4 1/2007