	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma):** ________________ **Assinatura do Aluno:** ________________ **Prova Escrita Nº 2 Turma V3 01/2012**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2}$. Isto é, calcule $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2}dx$.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine $\int_2^3 \frac{x+1}{x^3-2x^2+x}dx$.

Questão 3: (Valor 2,0) Determine o comprimento da curva $f(x)=e^x$ no intervalo $x\in[0,1]$.

Questão 4: (Valor 2,0) Calcule a área da figura plana limitada pelas curvas $f(x)=sen(x)$ e $g(x)=\cos(x)$ no intervalo $x\in[0,2\pi]$.

Questão 5: (Valor 2,0) Calcule a área da superfície de revolução gerada ao rotar entorno do eixo OX o laço da curva $9y^2=x(3-x)^2$.

Fórmulas: $L=\int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L=\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $A_x=2\pi\int_a^b y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$;

$\int \frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq 0$; $\int \frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq 0$;

$\int \frac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C$; $\frac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$

Q2) $$\int_2^3 \frac{x+1}{x^3-2x^2+x}\,dx = \int_2^3 \frac{x+1}{x(x^2-2x+1)}\,dx$$

$x^2-2x+1=(x-1)^2$ Logo. x^3-2x^2+x têm três raízes reais. Portanto posso aplicar frações simples.

$x(x^2-2x+1) = x(x-1)^2$ e.

$$\frac{x+1}{x(x^2-2x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B_1}{(x-1)} + \frac{B_2}{(x-1)^2} = \frac{A(x-1)^2+B_1x(x-1)+B_2x}{x(x-1)^2}$$

Logo $x+1 = A(x-1)^2+B_1x(x-1)+B_2x$. coeficientes indeterminados.

para $x=0 \Rightarrow 0+1 = A(0-1)^2 \Rightarrow \boxed{A=1.}$

para $x=1 \Rightarrow 1+1 = A(1-1)^2+B_1(1)(1-1)+B_2(1) \Rightarrow \boxed{B_2=2}$

para $x=-1 \Rightarrow \cancel{-1}+\cancel{1} = A(-1-1)^2+B_1(-1)(-1-1)+B_2(-1)$

ou $0 = 4+2B_1-2 \Rightarrow 0 = 2+2B_1 \Rightarrow \boxed{B_1=-1}$

Então $$\frac{x+1}{x(x^2-2x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{(x-1)} + \frac{2}{(x-1)^2}$$ Logo

$$\int_2^3 \frac{x+1}{x(x^2-2x+1)}\,dx = \int_2^3 \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{(x-1)} + \frac{2}{(x-1)^2}\right]dx$$

$$= \left[\ln|x| - \ln|x-1| + 2\,\frac{(x-1)^{-2+1}}{-2+1}\right]\Bigg|_2^3$$

$$= \left[\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| - 2 \frac{1}{x-1} \right] \Big|_2^3$$

$$= \left(\ln \frac{3}{2} - \frac{2}{3-1} \right) - \left(\ln \frac{2}{1} - \frac{2}{2-1} \right)$$

$$= \ln \frac{3}{2} - \ln 2 - 1 + 2 = \ln\left(\frac{\frac{3}{2}}{2} \right) + 1$$

$$= \ln\left(\frac{3}{4}\right) + 1.$$

Q1) Sala de aula

Q3) Semelhante à Q2 da P2 TV3 1/2010

→ Q4 da VS TV3 2/2011

Q4) semelhante à Q4 P2 TV1 01/2011 e

sala de aula.

Q5) Sala de Aula.

Q4) Considerando valido $\begin{cases} 2\sqrt{2} \\ \text{ou} \\ 4\sqrt{2}. \end{cases}$