	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma):** ____________________ **Assinatura do Aluno:** ____________________ **Prova Escrita Nº 2 Turma V3 02/2008**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

Questão 1: (Valor 2,5) Encontre as primitivas da função $f(x) = (x+2)^2 \cos(3x)$. Isto é, calcule $\int (x+2)^2 \cos(3x)\, dx$.

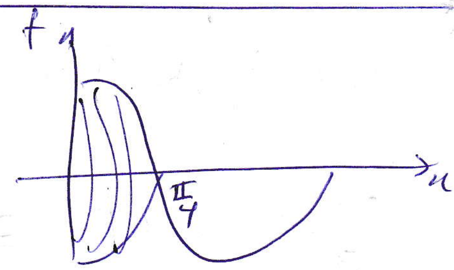
Questão 2: (Valor 2,5) Determine $\int_1^2 \frac{2x+1}{2x^2+2x+4} dx$.

Questão 3: (Valor 2,5) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva $y = \cos(2x)$ no intervalo $x \in [0, \frac{\pi}{4}]$ ao redor do eixo OX.

Questão 4: (Valor 2,5) Calcule a área da figura plana limitada pelas curvas definidas como segue:

- Curva 1 corresponde a uma linha reta que passa pelos pontos (1,1) e (4,4),
- Curva 2 corresponde a uma parábola quadrática que passa pelos pontos (0,4), (2,0) e (4,4).

Q3) $V_x = \pi \int_a^b f^2(x)\, dx$



$\cos^2 x = \frac{1}{2}[1+\cos(2x)]$

$V_x = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2(2x)\, dx$

$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}[1+\cos(4x)]\, dx$

$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+\cos(4x))\, dx = \frac{\pi}{2}\left[x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(4x)\, dx \right]$

$= \frac{\pi}{2}\left[(\frac{\pi}{4}-0) + \frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(4x)\, d(4x) \right] = \frac{\pi}{2}\left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}\sin(4x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right]$

$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}(\cancel{\sin}^{0}\pi - \cancel{\sin}^{0} 0) \right] = \frac{\pi^2}{8}$

Q2) $\int_1^2 \frac{2x+1}{2x^2+2x+4}\, dx$

$d(2x^2+2x+4) = (4x+2)\, dx = 2(2x+1)dx.$

$z = 2x^2+2x+4, \quad z \in [8, 16]$

$= \int_1^2 \frac{1}{2}\frac{d(2x^2+2x+4)}{2x^2+2x+4} = \frac{1}{2}\int_8^{16} \frac{dz}{z} = \frac{1}{2}\ln z \Big|_8^{16} =$

$= \frac{1}{2}[\ln 16 - \ln 8] = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{16}{8}\right) = \frac{1}{2}\ln 2.$

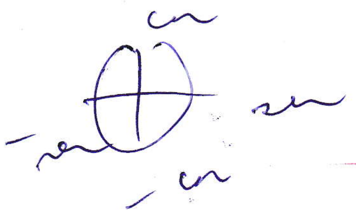
Q1) $I = \int (x+2)^2 \cos(3x)\, dx$

$u = (x+2)^2 \Rightarrow du = 2(x+2)\, dx$

$dv = \cos(3x)\, dx$

$v = \int \cos(3x)\, dx = \frac{1}{3}\int \cos(3x)\, d(3x)$

$v = \frac{1}{3}\sin 3x.$



Integração por partes temos $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

$$I = (x+2)^2 \frac{1}{3} \operatorname{sen}(3x) - \int \frac{1}{3} \operatorname{sen}(3x) \cdot 2(x+2)\,dx$$

$$= \frac{(x+2)^2}{3} \operatorname{sen}(3x) - \frac{2}{3} \int (x+2) \operatorname{sen}(3x)\,dx$$

$u = (x+2) \Rightarrow du = dx$

$dv = \operatorname{sen}(3x)\,dx \rightarrow v = \int \frac{1}{3} \operatorname{sen}(3x)\,d(3x) = -\frac{1}{3} \cos(3x)$

$$I = \frac{(x+2)^2}{3} \operatorname{sen}(3x) - \frac{2}{3}\left[-(x+2)\frac{1}{3}\cos(3x) - \int -\frac{1}{3}\cos(3x)\,dx\right]$$

$$= \frac{(x+2)^2}{3} \operatorname{sen}(3x) + \frac{2}{9}\left[(x+2)\cos(3x) - \int \cos(3x)\,dx\right]$$

$$= \frac{(x+2)^2}{3} \operatorname{sen}(3x) + \frac{2}{9}\left[(x+2)\cos(3x) - \frac{1}{3}\operatorname{sen}(3x)\right] + C$$