UFF – Universidade Federal Fluminense
Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda
Disciplina: Cálculo I
Prof. Gustavo Benitez Alvarez
Nome do Aluno (letra forma): ______________________________
Assinatura do Aluno: ______________________________
Prova Escrita Nº 2 Turma V4 01/2015

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x)=\dfrac{2x+3}{(x^2-2x+1)(x+2)}$. Isto é, calcule $\displaystyle\int\frac{2x+3}{(x^2-2x+1)(x+2)}dx$?

Questão 2: (Valor 2,0) Determine $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\,dx$.

Questão 3: (Valor 2,0) Determine a área da figura plana limitada pelas curvas $f(x)=x^2$ e $g(x)=\sqrt{x}$.

Questão 4: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação entorno do eixo OX da figura plana limitada por $f(x)=sen(x)$ no intervalo $x\in[0,\pi]$.

Questão 5: (Valor 2,0) Determine o comprimento da curva $f(x)=e^x$ no intervalo $x\in[0,1]$.

Fórmulas: $L=\displaystyle\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L=\displaystyle\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $V_x=\pi\displaystyle\int_a^b[f(x)]^2\,dx$;

$\displaystyle\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq 0$; $\displaystyle\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq 0$;

$\displaystyle\int\frac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C$; $\dfrac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$; $A_x=2\pi\displaystyle\int_a^b y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$.

Calculo I N2 1/2015 V4

Q2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\, dx$

$u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$
$dv = \cos x\, dx$
$v = \int \cos x\, dx = \operatorname{sen} x.$

$u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$
$dv = \operatorname{sen} x\, dx$
$v = \int \operatorname{sen} x\, dx = -\cos x.$

$$= e^x \operatorname{sen} x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x \cdot e^x dx$$

$$= e^x \operatorname{sen} x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[-e^x \cos x \Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\pi/2} -\cos x\, e^x dx \right]$$ ou seja

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\, dx = e^x \left[\operatorname{sen} x + \cos x \right] \Big|_0^{\pi/2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\, dx$$

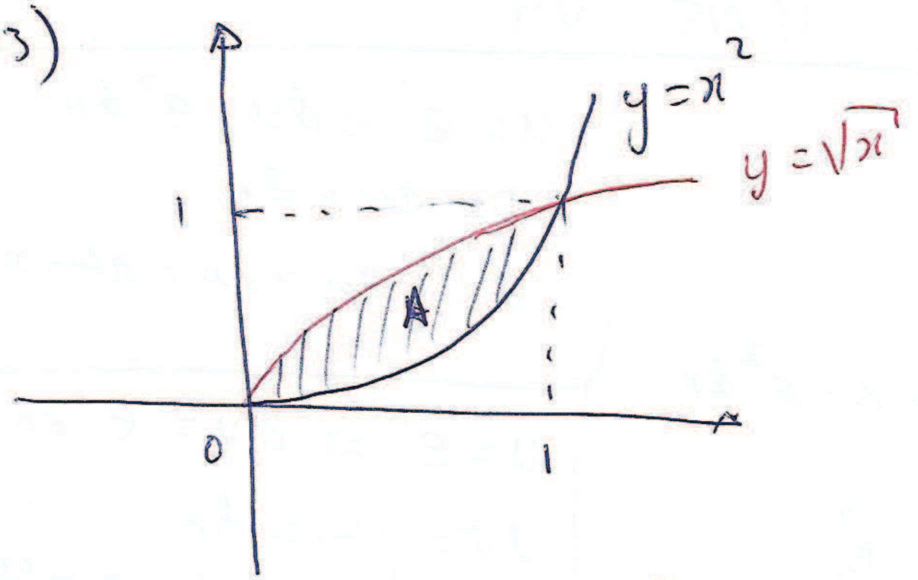
$$2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\, dx = e^x \left[\operatorname{sen} x + \cos x \right] \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x)\, dx = \frac{1}{2}\, e^x \left[\operatorname{sen} x + \cos x \right] \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ e^{\pi/2} \left[\overset{1}{\operatorname{sen} \tfrac{\pi}{2}} + \overset{0}{\cancel{\cos \tfrac{\pi}{2}}} \right] - e^0 \left[\overset{0}{\cancel{\operatorname{sen} 0}} + \overset{1}{\cos 0} \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left[e^{\frac{\pi}{2}} - 1 \right]$$

Q3)

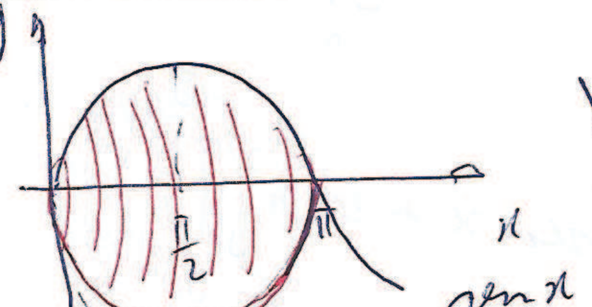


$$A = \int_0^1 \left| \sqrt{x} - x^2 \right| dx = \int_0^1 \left[\sqrt{x} - x^2 \right] dx$$

$$= \left[\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{x^{2+1}}{2+1} \right] \Bigg|_0^1 = \left[\frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right] \Bigg|_0^1$$

$$= \left[\frac{1^{3/2}}{\frac{3}{2}} - \frac{1^3}{3} \right] - \left[\frac{0^{3/2}}{\frac{3}{2}} - \frac{0^3}{3} \right] = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}.$$

Q4)



$$V_x = \pi \int_0^{\pi} \left[f(x) \right]^2 dx$$

$$\operatorname{sen}^2(x) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos(2x) \right]$$

$$V_x = \pi \int_0^{\pi} (\operatorname{sen} x)^2 dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \left[1 - \cos(2x) \right] dx =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \cos(2x)\frac{1}{2}d(2x) \right]$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[x \Big|_0^{\pi} - \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2x) \Big|_0^{\pi} \right]$$

$$= \frac{\pi}{2}\left\{ [\pi - 0] - \frac{1}{2}\left[\cancelto{0}{\operatorname{sen}(2\pi)} - \cancelto{0}{\operatorname{sen}(2\cdot 0)}\right] \right\} = \frac{\pi^2}{2}$$