| | |
|---|---|
| | **UFF – Universidade Federal Fluminense**<br>**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**<br>**Disciplina: Cálculo I**<br>**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**<br>**Nome do Aluno (letra forma):** ____________________<br>**Assinatura do Aluno:** ____________________<br>**Prova Escrita VR Turma V4 02/2014** |

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- **Resolva todas as questões pois para a nota final serão consideradas as cinco questões com maior pontuação, acumulando então no máximo dez pontos.**

**Questão 1**: (Valor 2,0) Analise a existência do limite e determine ele se possível:

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{1-\cos(2x)}{\ln(1+2x)sen(3x)}\right].$$

**Questão 2**: (Valor 2,0) Analise a continuidade da função $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{sen(x-1)}, & \text{se } x\neq 1\\ 3, & \text{se } x=1\end{cases}$ em $x=1$?

**Questão 3**: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x)=e^x(x^2+3x+1)$ no intervalo $[-5,1]$.

**Questão 4**: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x)=kx^2\cos(x)$, sendo $k$ uma constate. Isto é, calcule $\int kx^2\cos(x)\,dx$.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Calcule a área da superfície gerada pela rotação entorno do eixo OX da curva $9y^2=x(3-x)^2$.

---

**Fórmulas:** $L=\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L=\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $V_x=\pi\int_a^b[f(x)]^2\,dx$;

$\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq 0$; $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq 0$;

$\int\frac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C$; $\frac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$; $A_x=2\pi\int_a^b y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$.

Calculo I V4 VR 2/2014.

1) $$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\ln(1+2x)\,\text{sen}(3x)}$$

$\cos^2(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \cos(2x)\right]$ Logo $1 - \cos(2x) = 2\,\text{sen}^2(x)$

$\text{sen}^2(x) = \frac{1}{2}\left[1 - \cos(2x)\right]$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{2\,\text{sen}^2(x)}{\ln(1+2x)\,\text{sen}(3x)}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{sabendo que} \\ \text{sen}\, x \sim x,\ x \to 0 \\ \ln(1+2x) \sim 2x,\ x \to 0 \\ \text{sen}(3x) \sim 3x,\ x \to 0 \end{array}}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{2x \cdot x}{2x \cdot 3x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

---

2) i) $f(x=1) = 3$ $\qquad x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

ii) $\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{\text{sen}(x-1)}$ fazendo $u = x - 1$

segue que $\lim_{x \to 1} u = \lim_{x \to 1} x - 1 = 0$. Logo,

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{u \to 0} \frac{(u+2)\,u}{\text{sen}(u)} = \lim_{u \to 0} \frac{(u+2)\,u}{u}$$

$$= \lim_{u \to 0} (u+2) = 2.$$

iii) $\lim_{x \to 1} f(x) = 2 \neq f(x=1) = 3$. Portanto a função é descontínua em $x = 1$.

---

3) Extremos Relativos.

Cond. Necessária $y' = 0$ ou $y' = \nexists$

$$f'(x) = \left[e^x(x^2+3x+1)\right]' = e^x(x^2+3x+1) + e^x(2x+3)$$

$$= e^x(x^2+5x+4) = 0 \Rightarrow x^2+5x+4=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4.(1).4}}{2.(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$x_1 = -4$ e $x_2 = -1$

Cond. Suficiente $y'' = \begin{cases} >0 & \text{mínimo relativo} \\ <0 & \text{máximo relativo.} \end{cases}$

$$f''(x) = (f'(x))' = e^x(x^2+5x+4) + e^x(2x+5)$$

$$= e^x(x^2+7x+9)$$

$$f''(x_1=-4) = e^{-4}\left[(-4)^2+7(-4)+9\right] = e^{-4}(25-28) < 0$$

máximo relativo.

$$f''(x_2=-1) = e^{-1}\left[(-1)^2+7(-1)+9\right] = e^{-1}(10-7) > 0$$

mínimo relativo.

Extremos Absolutos

$f(-5) = e^{-5}[(-5)^2 + 3(-5) + 1] = e^{-5}[11]$

$f(1) = e^{1}[(1)^2 + 3(1) + 1] = e \cdot 5$ Máximo Absoluto

$f(-4) = e^{-4}[(-4)^2 + 3(-4) + 1] = e^{-4} \cdot 5$

$f(-1) = e^{-1}[(-1)^2 + 3(-1) + 1] = e^{-1}(-1) = -e^{-1}$ Mínimo Absoluto

---

4) $\int k\, x^2 \cos(x)\, dx = k \int x^2 \cos(x)\, dx$

$u = x^2 \Rightarrow du = 2x\, dx$

$dv = \cos(x)\, dx \Rightarrow v = \operatorname{sen}(x)$.

$= k\left[x^2 \cdot \operatorname{sen}(x) - \int 2x \operatorname{sen}(x)\, dx\right]$

$u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = \operatorname{sen}(x)\, dx$

$v = -\cos(x)$.

$= k\left[x^2 \operatorname{sen}(x) - 2\left(-x\cos(x) - \int -\cos(x)\, dx\right)\right]$

$= k\left[x^2 \operatorname{sen}(x) + 2x\cos(x) - 2\int \cos(x)\, dx\right]$

$= k\left[x^2 \operatorname{sen}(x) + 2x\cos(x) - 2\operatorname{sen}(x)\right] + C.$

---

5) Igual a Prova P2.