	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma):** ____________________ **Assinatura do Aluno:** ________________________ **Prova Escrita VR Turma V4 02/2015**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- **Resolva todas as questões pois para a nota final serão consideradas as cinco questões com maior pontuação, acumulando então no máximo dez pontos.**

Questão 1: (Valor 2,0) Determine, se possível, o seguinte limite: $\lim_{x\to 0}\left[tg(x)\frac{(1+2x)^{\frac{1}{x}}}{x}\right]$.

Questão 2: (Valor 2,0) Analise a continuidade da função $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{sen(x-1)}, & \text{se } x\neq 1\\ 3, & \text{se } x=1\end{cases}$ em $x=1$?

Questão 3: (Valor 2,0) A função $f(x)=\left[\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}\right]^2$ no intervalo $x\in[-1,1]$ possui um extremo relativo. Encontre o extremo relativo e determine também os extremos absolutos neste intervalo.

Questão 4: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x)=\sqrt{e^x+1}$. Isto é, calcule $\int\sqrt{e^x+1}\,dx$.

Questão 5: (Valor 2,0) Calcule a área da superfície gerada pela rotação entorno do eixo OX da curva $9y^2=x(3-x)^2$.

Fórmulas: $L=\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L=\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $V_x=\pi\int_a^b[f(x)]^2dx$;

$\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq 0$; $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq 0$;

$\int\frac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C$; $\frac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$; $A_x=2\pi\int_a^b y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$.

Q1) $$\lim_{x\to 0} tg(x)\,\frac{(1+2x)^{\frac{1}{x}}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{sen(x)}{x\cdot cos(x)}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$$

$$= \lim_{x\to 0} \cancel{\frac{sen(x)}{x}}^{\,1} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{1}{cos(x)} \cdot \lim_{x\to 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} .$$

$$= 1 \cdot \frac{1}{cos\,0} \cdot \lim_{x\to 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = 1\cdot 1 \cdot e^{2}$$

$$\lim_{x\to 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{y\to 0} (1+y)^{\frac{2}{y}} \qquad \text{se } y = 2x$$

$$\boxed{\lim_{x\to 0} y = \lim_{x\to 0} 2x = 0.} \qquad = \lim_{y\to 0} \left[(1+y)^{\frac{1}{y}}\right]^{2} = e^{2}$$

Q2) $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{sen(x-1)} & \text{se } x \neq 1 \\ 3 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

i) $f(x=1) = 3$

ii) $$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{sen(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{sen(x-1)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \cancel{\frac{x-1}{sen(x-1)}}^{\,1} \cdot \lim_{x\to 1} (x+1) = 1\,(1+1) = 2 .$$

iii) $f(x=1) \neq \lim_{x\to 1} f(x)$, logo $f(x)$ é descontínua em $x = 1$.

Q3) $f(x) = \left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]^2 \quad x \in [-1, 1]$

Extremos Relativos

C.N $y' = 0$ ou $y' = \nexists$

$$f'(x) = \left\{\left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]^2\right\}' = 2\left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]\left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]'$$

$$= 2\left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]\left[\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right] = 0$$

Logo $\frac{e^{x}+e^{-x}}{2} = 0$ ou $\frac{e^{x}-e^{-x}}{2} = 0$

$e^{x}+e^{-x} > 0 \ \forall x$, portanto só temos

$$e^{x}-e^{-x} = 0 \Rightarrow e^{x} = e^{-x} \Rightarrow e^{x} = \frac{1}{e^{x}}$$

$$\Rightarrow e^{2x} = 1 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (ponto crítico)}$$

C.S $y'' = \begin{cases} > 0 & \text{mínimo relativo} \\ < 0 & \text{máximo relativo} \end{cases}$

$$f''(x) = (f'(x))' = 2\left\{\left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]\left[\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right]\right\}'$$

$$= 2\left\{\left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]'\left[\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right] + \left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]\left[\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right]'\right\}$$

$$= 2\left\{\left[\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right]\left[\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right] + \left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]\left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]\right\}$$

$=$

③

$$f''(x) = 2\left\{\left[\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right]^2 + \left[\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right]^2\right\} > 0$$

$$f''(x=0) = 2\left\{\left[\frac{e^{0}-e^{-0}}{2}\right]^2 + \left[\frac{e^{0}+e^{-0}}{2}\right]^2\right\} = 2 > 0$$

logo em $x=0$ a função apresenta um mínimo relativo

Extremos Absolutos.

$$f(x=-1) = \left[\frac{e^{-1}+e^{-(-1)}}{2}\right]^2 = \left[\frac{e^{-1}+e^{1}}{2}\right]^2 = \left[\frac{e}{2}\right]^2\left[1+\frac{1}{e^2}\right]^2 > 1$$

$$f(x=0) = \left[\frac{e^{0}+e^{-0}}{2}\right]^2 = [1]^2 = 1$$

$$f(x=1) = \left[\frac{e^{1}+e^{-1}}{2}\right]^2 = \left[\frac{e}{2}\right]^2\left[1+\frac{1}{e^2}\right]^2 = f(x=-1)$$

logo em $x=0$ $f(x)$ alcança seu mínimo relativo e absoluto e em $x=-1$ e $x=1$ a função alcança seu máximo absoluto.

Q4) Semelhante Q5 P2 TV4 2/2015

Q5) Semelhante Q4 P2 TV4 2/2015