	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma):** ____________________ **Assinatura do Aluno:** ____________________ **Prova Escrita VS Turma V1 02/2007**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Seja $f(x)=\begin{cases} \left(\dfrac{ax+2}{3x+2}\right)^{\frac{1}{x}}, & \text{se } x<0 \\ e^{\frac{1}{3}}, & \text{se x = 0} \\ (1+x)^{\frac{bx+1}{3x}}, & \text{se x > 0} \end{cases}$. Como devem ser escolhidos os números “a” e “b” para que a função seja continua em x=0. Considere que a>3.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine o diferencial de primeira ordem da função $f(x)=(2x)^{x^2}+\dfrac{\ln x^2}{\sqrt{x}}$.

Questão 3: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $y=x\sqrt{|x-1|}$ no intervalo $x\in$ [-1, 1].

Questão 4: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x)=\dfrac{2x+3}{(x^2-2x+1)(x+2)}$. Isto é, calcule $\displaystyle\int\frac{2x+3}{(x^2-2x+1)(x+2)}dx$?

Questão 5: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva $f(x)=1+sen(x)$ no intervalo $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ ao redor do eixo OX.

1) Questão 1 da VS 02/2006.

2) Diferencial de $f(x) = \underbrace{(2x)^{x^2}}_{f_1} + \underbrace{\frac{\ln x^2}{\sqrt{x}}}_{f_2} = f_1(x) + f_2(x)$.

$df = d(f_1 + f_2) = df_1 + df_2$.

$df = \frac{df}{dx} \cdot dx$

$f_1 = (2x)^{x^2}$

$\ln f_1 = \ln (2x)^{x^2} = x^2 \cdot \ln(2x)$

$(\ln f_1)' = [x^2 \cdot \ln(2x)]'$

$\frac{1}{f_1} \cdot f_1' = (x^2)' \ln(2x) + x^2 [\ln(2x)]'$

$f_1' = \frac{df_1}{dx} = f_1 \left[2x \cdot \ln(2x) + x^2 \frac{1}{(2x)} \cdot 2 \right]$

$f_1' = (2x)^{x^2} \left[\ln(2x)^{2x} + x \right] = (2x)^{x^2} x \left[1 + \ln(2x)^2 \right]$

$f_2' = \frac{(\ln x^2)' \sqrt{x} - \ln x^2 \cdot (\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} = \frac{\frac{2}{x} \sqrt{x} - \ln x^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}$

$= \frac{\frac{4x}{x} - \ln x^2}{2\sqrt{x} \cdot x} = \frac{4 - \ln x^2}{2 \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \frac{2(2 - \ln x)}{2\, x^{\frac{3}{2}}} =$

$= \frac{2 - \ln x}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{\ln\left(\frac{e^2}{x}\right)}{x^{3/2}} = \frac{\ln\left(\frac{e^2}{x}\right)}{x^{3/2}}$.

Logo: $df = \left\{ (2x)^{x^2} \cdot x \left[1 + \ln(2x)^2 \right] + \frac{\ln\left(\frac{e^2}{x}\right)}{x^{\frac{3}{2}}} \right\} dx.$

3) Questão 5) da P1 01/2006.

4) Questão 4) da VR 02/2006

5) Questão 4) da VS V2 1/2007

1) i) $f(x=0) = e^{\frac{1}{3}}$.

ii) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{ax+2}{3x+2}\right)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0^-} \left[1 + \frac{ax+2}{3x+2} - 1\right]^{\frac{1}{x}} =$

$= \lim_{x\to 0^-} \left[1 + \frac{ax+2-3x-2}{3x+2}\right]^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0^-} \left[1 + \frac{x(a-3)}{3x+2}\right]^{\frac{1}{x}}$

fazendo $u = \frac{(a-3)x}{3x+2}$ segue que $u \to 0^-$ quando $x \to 0^-$

$$\boxed{\frac{1}{x} = \frac{a-3}{2u} - \frac{3}{2}}$$

$\lim_{u\to 0^-} (1+u)^{\left(\frac{a-3}{2u} - \frac{3}{2}\right)}$

$= \lim_{x\to 0^-} (1+u)^{\frac{a-3}{2u}} \cdot (1+u)^{-\frac{3}{2}} =$

$= \lim_{x\to 0^-} \left[(1+u)^{\frac{1}{u}}\right]^{\frac{a-3}{2}} \cdot \lim_{x\to 0^-} (1+u)^{-\frac{3}{2}} = e^{\frac{a-3}{2}} \cdot 1^{-\frac{3}{2}} = e^{\frac{a-3}{2}}$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} [1+x]^{\frac{bx+1}{3x}} = \lim_{x\to 0^+} (1+x)^{\frac{b}{3}} \cdot (1+x)^{\frac{1}{3x}} =$

$= 1^{\frac{b}{3}} \cdot \lim_{x\to 0^+} \left[(1+x)^{\frac{1}{x}}\right]^{\frac{1}{3}} = e^{\frac{1}{3}}$. Logo para que exista o limite os laterais devem ser iguais e.

$e^{\frac{a-3}{2}} = e^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{a-3}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{11}{3}$ e b pode ter qualquer valor.