	UFF – Universidade Federal Fluminense Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda Disciplina: Cálculo I Prof. Gustavo Benitez Alvarez Nome do Aluno (letra forma): GABRIEL LEITE FARIA Assinatura do Aluno: Gabriel Leite Faria Prova Escrita VS Turma V1/V3 02/2009

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação faz parte da Avaliação;**
- **Faça a prova com caneta azul ou preta. Respostas à lápis não terão direito a recorreção;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Analise a continuidade da função em todo seu domínio:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{3(x^3+x^2-x-1)}{x^2-1}, & \text{se } x\neq 1 \\ 6, & \text{se } x=1 \end{cases}.$$

Questão 2: (Valor 2,0) Determine o diferencial de primeira ordem da função $f(x)=\cos(x)e^{sen(x)}$.

Questão 3: (Valor 2,0) Seja a função $y=ax^3+bx^2+cx+d$ definida para todos os reais , onde a,b,c e d são constantes representadas por números reais. Como deve ser escolhido os números a,b,c e d para que $f(x)$ tenha um máximo relativo no ponto x = -1 e um mínimo relativo no ponto x = 1?

Questão 4: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x)=\cos(x)e^{sen(x)}+\sqrt{x+1}$. Isto é, calcule $\int\left(\cos(x)e^{sen(x)}+\sqrt{x+1}\right)dx$.

Questão 5: (Valor 2,0) Determine o comprimento da curva Hipocicloide dada em forma paramétrica por $x(t)=a\cos^3(t)$, $y(t)=asen^3(t)$, onde $a>0$.

Fórmulas: $L=\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L=\int_a^b\sqrt{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $V_x=\pi\int_a^b[f(x)]^2dx$;

$\int\dfrac{dx}{x^2-a^2}=\dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq0$; $\int\dfrac{dx}{x^2+a^2}=\dfrac{1}{a}arctg\left(\dfrac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq0$;

$\int\dfrac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C,\quad a\neq0$; $\dfrac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$

1) Para $\forall x \neq 1$ temos:

$$\Delta y = y(x_0+\Delta x) - y(x_0) \qquad y = \frac{3(x^3+x^2-x-1)}{x^2-1} = 3(x+1)$$

$$\begin{array}{l|l} x^3+x^2-x-1 & x^2-1 \\ \hline -(x^3-x) & x+1 \\ \quad x^2-1 & \\ -(x^2-1) & \\ \quad 0 & \end{array}$$

Logo, $\Delta y = 3(x_0+\Delta x+1) - 3(x_0+1) = 3\Delta x$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \to 0} 3\Delta x = \lim_{\Delta x \to 0} 3 \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x = 0$$

Portanto $\forall x \neq 1$ $f(x)$ é contínua.

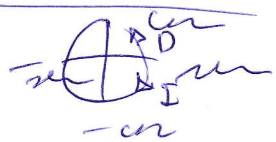
Em $x=1$ temos: $f(1)=6$,

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1} \frac{3(x^3+x^2-x+1)}{x^2-1} = \lim_{x\to 1} 3(x+1) = 3\cdot \lim_{x\to 1}(x+1) = 6.$$

Como $\lim_{x\to 1} f(x) = f(x=1)$ temos que $f(x)$ também é contínua em $x=1$.

---

2) $f(x) = \cos x \, e^{\operatorname{sen} x}$. $df = ?$



$\boxed{u = \operatorname{sen} x}$

$$\frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}(\cos x)\, e^{\operatorname{sen} x} + \cos x \frac{d}{dx}\left(e^{\operatorname{sen} x}\right)$$

$$= -\operatorname{sen} x \, e^{\operatorname{sen} x} + \cos x \frac{d}{du}\left(e^u\right)\frac{du}{dx}$$

$$= -\operatorname{sen} x \, e^{\operatorname{sen} x} + \cos x \, e^{\operatorname{sen} x} \cos x. \quad \text{Logo}$$

$$df = e^{\operatorname{sen} x}\left[\cos^2 x - \operatorname{sen} x\right] dx.$$

Q3) $\Rightarrow$ Q5 P1 V1/V3 2/2009

4) $\int [\cos x \, e^{\operatorname{sen} x} + \sqrt{x+1}] \, dx = \underbrace{\int \cos x \, e^{\operatorname{sen} x} dx}_{I} + \underbrace{\int \sqrt{x+1} \, dx}_{II}$

$I = \int \cos x \, e^{\operatorname{sen} x} \, dx = \int e^{\operatorname{sen} x} \cdot d(\operatorname{sen} x) = e^{\operatorname{sen} x} + C_1$

$II = \int \sqrt{x+1} \, dx = \int u^{\frac{1}{2}} du$ sendo $u = x+1 \Rightarrow du = dx$.

$= \dfrac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C_2 = \dfrac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} + C_2$.

Logo $\int [\cos x \, e^{\operatorname{sen} x} + \sqrt{x+1}] \, dx = e^{\operatorname{sen} x} + \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} + C$.

Q5) $\Rightarrow$ Q3 VS V4 1/2007.