



UFF – Universidade Federal Fluminense

Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda

Disciplina: Cálculo I

Prof. Gustavo Benitez Alvarez

Nome do Aluno (letra forma): _____

Assinatura do Aluno: _____

Prova Escrita VS Turma V2 01/2008

Observações:

- Desligue os aparelhos celulares;
- Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;
- Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;
- Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;
- Não é permitido compartilhar materiais didáticos;
- É permitido o uso de calculadoras científicas;
- *Seja o mais explícito possível para responder as questões;*

Questão 1: (Valor 2,0) Analise a continuidade da seguinte função no ponto $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-1|^3 - 2(x-1)^2}{(x-1)^2} & \text{se } x < 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \\ \frac{-3(x-1) + \ln(x)}{(x-1)} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Questão 2: (Valor 2,0) Determine o diferencial de primeira ordem da função $f(x) = \frac{(x)^{2x} \ln x^2}{\sqrt{x}}$.

Questão 3: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x) = 2\operatorname{sen}^2(2x) - \cos(4x)$ no intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

Questão 4: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x) = x^2 \ln(x+1)^3$. Isto é, calcule $\int x^2 \ln(x+1)^3 dx$.

Questão 5: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva hiperbólica $y = sh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ no intervalo $x \in [\ln(1), \ln(2)]$ ao redor do eixo OX.

(1) provas velhas. Q2 P1 TV1 2/2007

Q2) ~~$\frac{d}{dx} \left[(x)^{2x} \ln x^2 \right]$~~

$$f'(x) = \frac{\left[(x)^{2x} \ln x^2 \right]' \sqrt{x} - (x)^{2x} \ln x^2 (\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\left[(x)^{2x} \ln x^2 \right]' = ((x)^{2x})' \ln x^2 + (x)^{2x} (\ln x^2)'$$

$$(\ln x^2)' = (2 \ln x)' = 2 \frac{1}{x}$$

$$y = (x)^{2x} \Rightarrow \ln y = \ln(x)^{2x} = 2x \ln x. \text{ derivando } (E)$$

$$\frac{dy}{dx} = (2x)' \ln x + 2x (\ln x)' \quad \begin{matrix} \text{Exemplo (E)} \\ \text{Exemplo (E)} \end{matrix}$$

$$\frac{dy}{dx} = y \left[2 \ln x + 2x \frac{1}{x} \right] = (x)^{2x} \left[\ln x^2 + 2 \right] \quad \begin{matrix} \text{Exemplo (E)} \\ \text{Exemplo (E)} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \left[(x)^{2x} \ln x^2 \right]' &= (x)^{2x} [\ln x^2 + 2] \ln x^2 + (x)^{2x} \frac{2x}{2\sqrt{x}} \\ &= (x)^{2x} \left[(\ln x^2 + 2) \ln x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right]. \end{aligned} \quad \begin{matrix} \text{Exemplo (E)} \\ \text{Exemplo (E)} \end{matrix}$$

$$f'(x) = \left[(x)^{2x} \left[(\ln x^2 + 2) \ln x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right] \right] \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{(x)^{2x}}{x} \left\{ \left[(\ln x^2 + 2) \ln x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right] 2x - \ln x^2 \right\} \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \frac{(x)^{2x}}{2x^{\frac{3}{2}}} \left\{ [(ln x^2 + 2) \ln x^2 + \frac{2}{x}]^{2x} - \ln x^2 \right\}$$

$$df = \frac{df}{dx} \cdot dx$$

$$df = \frac{(x)}{2} \int \left\{ [(ln x^2 + 2) \ln x^2 + \frac{2}{x}]^{2x} - \ln x^2 \right\} dx$$

Q3) ~~Calcular~~ Igual a VS da V1 1/2008

Q4) $f(x) = x^2 \ln(x+1)^3 = 3x^2 \ln(x+1)$ igual a
questão Q4) da VS da V1 1/2008

Q5) Prova velhas.

Criterios

Q1) i) 0,5 ii) 0,5 iii) 0,5 detalhes 0,5

Q2) cociente 0,3, produto 0,3, diferençal 0,5, $[(x)^{2x}]' = 0,3$,
 $(\ln x^2)' = 0,3$, $(F_x)' = 0,3$

Q3) 0,5 extremos absolutos

1,5 extremos relativos 0,7 CN + 0,7 CS + 0,1 detalhes.

Q4) constante 0,5, coda integral par/parte 0,7 + 0,7, detalhes 0,1

Q5) coda integral 0,6 + 0,6 + 0,6. detalhes 0,2