



UFF – Universidade Federal Fluminense
Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda
Disciplina: Cálculo I
Prof. Gustavo Benitez Alvarez
Nome do Aluno (letra forma): _____
Assinatura do Aluno: _____
Prova Escrita VS Turma V1 02/2007

Observações:

- Desligue os aparelhos celulares;
- Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;
- Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;
- Provas respondidas à lápis não terão direito a correção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;
- Não é permitido compartilhar materiais didáticos;
- É permitido o uso de calculadoras científicas;
- *Seja o mais explícito possível para responder as questões;*

Questão 1: (Valor 2,0) Seja $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{ax+2}{3x+2}\right)^{\frac{1}{x}}, & \text{se } x < 0 \\ e^{\frac{1}{3}}, & \text{se } x = 0 \\ (1+x)^{\frac{bx+1}{3x}}, & \text{se } x > 0 \end{cases}$. Como devem ser escolhidos os

números “a” e “b” para que a função seja contínua em $x=0$. Considere que $a>3$.

Questão 2: (Valor 2,0) Determine o diferencial de primeira ordem da função $f(x) = (2x)^{x^2} + \frac{\ln x^2}{\sqrt{x}}$.

Questão 3: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $y = x\sqrt{|x-1|}$ no intervalo $x \in [-1, 1]$.

Questão 4: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x) = \frac{2x+3}{(x^2-2x+1)(x+2)}$. Isto é, calcule

$$\int \frac{2x+3}{(x^2-2x+1)(x+2)} dx ?$$

Questão 5: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva $f(x) = 1 + \sin(x)$ no intervalo $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ao redor do eixo OX.

1) Questão 2) da P1 - V1 02/2007

2) Diferencial de $f(x) = \underbrace{(ax)^{2x}}_{y_1} + \underbrace{\frac{\ln x^2}{\sqrt{x}}}_{y_2}$

$$df = d(y_1 + y_2) = dy_1 + dy_2$$

$$\frac{dy_2}{dx} = \frac{(\ln x^2)' \sqrt{x} - \ln x^2 (\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} = \frac{2 \frac{1}{x} \sqrt{x} - \ln x^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \ln x}{\sqrt{x}}}{x} = \frac{2 - \ln x}{\sqrt{x} x} = \frac{2 - \ln x}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{\ln\left(\frac{e^2}{x}\right)}{x^{\frac{3}{2}}}$$

$$y_1 = (ax)^{2x} \Rightarrow \ln y_1 = \ln (ax)^{2x} = 2x \ln(ax)$$

$$(\ln y_1)' = [2x \ln(ax)]' = (2x)' \ln(ax) + 2x [\ln(ax)]'$$

$$\frac{1}{y_1} \frac{dy_1}{dx} = 2 \ln(ax) + 2x \frac{1}{ax} \cdot a \ln(ax)$$

$$\frac{dy_1}{dx} = 2 y_1 [\ln(ax) + 1] = 2 (ax)^{2x} \ln\left(\frac{ax}{e^{-1}}\right) \text{ Logo}$$

$$df = \int \left[2 (ax)^{2x} \ln\left(\frac{ax}{e^{-1}}\right) + \frac{\ln\left(\frac{e^2}{x}\right)}{x^{\frac{3}{2}}} \right] dx$$

3) ~~Questão~~ Questão 3 da VR 02/2006.

4) Questão 4) da P2 V4 1/2007