	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma): ______________________** **Assinatura do Aluno: ______________________** **Prova Escrita VS Turma V4 01/2014**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Determine, se possível, o seguinte limite: $\lim_{x\to 0}\left[\dfrac{sen(2x)(1+3x)^{\frac{1}{x}}}{5x\cos(3x)}\right]$.

Questão 2: (Valor 2,0) Analise a continuidade da função em todo seu domínio:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1}, & \text{se } x\neq 1\\ 2, & \text{se } x=1\end{cases}.$$

Questão 3: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função de Gauss $f(x)=e^{-x^2}$ no intervalo $x\in[-1,1]$.

Questão 4: (Valor 2,0) Determine o comprimento da astróide de equação $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$.

Questão 5: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva $f(x)=sen(x)\cos(x)$ no intervalo $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ ao redor do eixo OX.

Fórmulas: $L=\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L=\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $V_x=\pi\int_a^b[f(x)]^2\,dx$;

$\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq 0$; $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq 0$;

$\int\frac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C$; $\frac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$

Critérios de Correção

Q1) ⇒ Q1 VS → V2 2/2013

0,6 + 0,6 + 0,6 + 0,2 detalhes

Q2) ⇒ Q1 VS V1/V3 1/2009

em $x = 1$ 0,5 i) 0,5 ii) 0,5 iii)

em $x \neq 1$ 0,5.

Q3) ⇒ Q2 VS V2 1/2007

0,7 CN + 0,7 CS + 0,5 EA + 0,1 detalhe

Q4) ⇒ Q5 N2 V2 1/2013

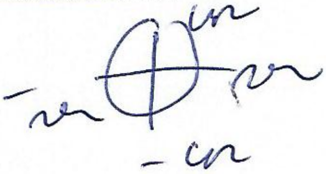
y' 0,5 + 1,0 integral + 0,5 detalhes

Q5) primitiva 1,0 0,5 TFC 0,5 detalhes

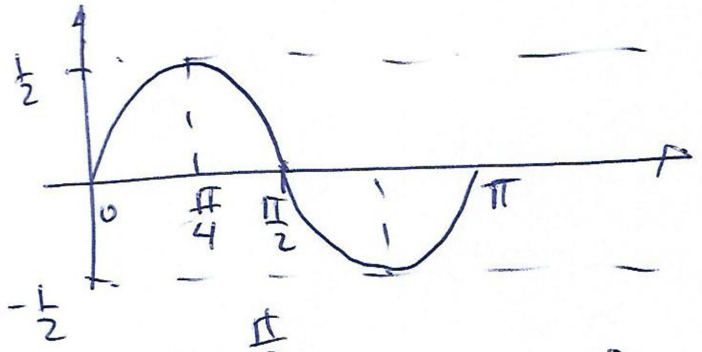
V3 V4 1/2014

Q5)

$$V_x = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$$



$$f(x) = \operatorname{sen} x \cos x = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(2x) \qquad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$



$$\boxed{\begin{aligned} \operatorname{sen}^2(x) &= \frac{1}{2}\left[1 - \cos(2x)\right] \\ \operatorname{sen}^2(2x) &= \frac{1}{2}\left[1 - \cos(4x)\right] \end{aligned}}$$

$$V_x = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{1}{2} \operatorname{sen}(2x)\right]^2 dx = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^2(2x) \, dx$$

$$= \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}\left[1 - \cos(4x)\right] dx = \frac{\pi}{8} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \cos(4x)\right] dx$$

$$= \frac{\pi}{8} \left\{ x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(4x) \, \frac{d(4x)}{4} \right\}$$

$$= \frac{\pi}{8} \left\{ \left(\frac{\pi}{2} - 0\right) - \frac{1}{4} \operatorname{sen}(4x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right\}$$

$$= \frac{\pi}{8} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\left(\cancel{\operatorname{sen}\left(4 \tfrac{\pi}{2}\right)}^{0} - \cancel{\operatorname{sen}(4 \cdot 0)}^{0} \right) \right\}$$

$$= \frac{\pi^2}{16}.$$