	UFF – Universidade Federal Fluminense **Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda** **Disciplina: Cálculo I** **Prof. Gustavo Benitez Alvarez** **Nome do Aluno (letra forma):** ______________ **Assinatura do Aluno:** ______________ **Prova Escrita VS Turma V4 02/2014**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- ***Seja o mais explicito possível para responder as questões;***

Questão 1: (Valor 2,0) Determine, se possível, o seguinte limite: $\lim_{x\to 0}\left[\cos(x)sen(x)\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{x}\right]$.

Questão 2: (Valor 2,0) Analise a continuidade da seguinte função no ponto $x=2$:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-5x+6}, & \text{se } x\neq 2 \text{ e } x\in[\frac{3}{2},\frac{5}{2}]\\ 1, & \text{se } x=2\end{cases}.$$

Questão 3: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x)=e^{sen(x)}$ no intervalo $x\in[0,\pi]$.

Questão 4: (Valor 2,0) Encontre as primitivas da função $f(x)=(x+2)^2e^{2x}$. Isto é, calcule $\int (x+2)^2 e^{2x}\,dx$.

Questão 5: (Valor 2,0) Calcule o volume do corpo de revolução gerado pela rotação da curva trigonométrica $y=\cos(2x)$ no intervalo $x\in[0,\frac{\pi}{4}]$ ao redor do eixo OX.

Fórmulas: $L=\int_\alpha^\beta\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$; $L=\int_a^b\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$; $V_x=\pi\int_a^b[f(x)]^2\,dx$;

$\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C,\quad a\neq 0$; $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C,\quad a\neq 0$;

$\int\frac{dx}{\cos(x)}=\ln|\sec(x)+tg(x)|+C$; $\frac{1}{\cos(x)}=\sec(x)$; $A_x=2\pi\int_a^b y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$.

Calculo I V4 VS 2/2014

1) $$\lim_{x\to 0}\left[\cos(x)\,\mathrm{sen}(x)\,\frac{(x+1)^{\frac{1}{x}}}{x}\right]$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{sen}(x)}{x}\cdot\cos(x)\cdot(1+x)^{\frac{1}{x}}$$

Sabendo que $\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sen}(x)}{x} = 1$, $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

segue que

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sen}(x)}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\cos(x)\cdot\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$$

$$= 1\cdot\cos(0)\cdot e = e.$$

2) i) $f(x=2) = 1$

$$\frac{2^3 - 6\cdot 2^2 + 11\cdot 2 - 6}{2^2 - 5\cdot 2 + 6}$$

$$-2\cdot 2^3 + 16 = 0$$

ii) $$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2}\frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 - 5x + 6} \quad \frac{0}{0}$$

Aplicando L. Hôpital segue.

$$= \lim_{x\to 2}\frac{3x^2 - 12x + 11}{2x - 5} = \frac{3\cdot 2^2 - 12\cdot 2 + 11}{2\cdot 2 - 5}$$

$$3\cdot 2^2 - 12\cdot 2 + 11$$

$$12 - 13 = -1$$

$$= \frac{12 - 24 + 11}{4 - 5} = 1.$$

iii) $\lim_{x\to 2} f(x) = f(x=2) = 1$. Logo a função é contínua em $x=2$.

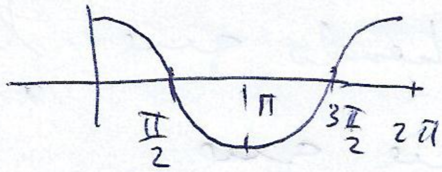
3) $f(x) = e^{\operatorname{sen}(x)} \quad x \in [0, \pi]$

<u>Extremos Relativos:</u>

Cond. Necessária $y' = 0$ ou $y' = \nexists$

$$y' = \frac{d}{dx}\left[e^{\operatorname{sen}(x)}\right] = e^{\operatorname{sen}(x)} \cdot \cos(x)$$

$y' = 0 \Rightarrow \cos(x) = 0$



$x_1 = \frac{\pi}{2}$ ponto crítico

Cond. Suficiente $y'' = \begin{cases} > 0 & \text{mínimo relativo} \\ < 0 & \text{máximo relativo} \end{cases}$

$$y'' = (y')' = \left[e^{\operatorname{sen}(x)}\right]' \cos(x) + e^{\operatorname{sen}(x)} \cdot (\cos x)'$$

$$= e^{\operatorname{sen}(x)} \cos(x) \cdot \cos(x) + e^{\operatorname{sen}(x)} (-\operatorname{sen}(x))$$

$$= e^{\operatorname{sen}(x)} \left[\cos^2(x) - \operatorname{sen}(x)\right]$$

$$y''\left(x = \frac{\pi}{2}\right) = e^{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)} \left[\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$= e^1 \left[0^2 - 1\right] = -e < 0$$ Logo

em $x = \frac{\pi}{2}$ temos um máximo relativo

<u>Extremos Absolutos</u>

$f(x=0) = e^{\operatorname{sen}(0)} = e^0 = 1$) mínimos Absolutos

$f(x=\pi) = e^{\operatorname{sen}(\pi)} = e^0 = 1$

$f(x=\frac{\pi}{2}) = e^{sen(\frac{\pi}{2})} = e$ Máximo Absoluto.

---

4) $\int (x+2)^2 e^{2x} dx$ Int. por Partes $\left| \begin{array}{l} u = (x+2)^2 \\ du = 2(x+2)\, dx \end{array} \right.$

$dv = e^{2x} dx \Rightarrow v = \int dv = \int \frac{2}{2} e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x}$

$$\int (x+2)^2 e^{2x} dx = \frac{(x+2)^2}{2} e^{2x} - \int 2(x+2) \frac{1}{2} e^{2x} dx$$

Integração por parte

$u = (x+2) \Rightarrow du = dx$

$dv = e^{2x} dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} e^{2x}$, Logo.

$$\int (x+2)^2 e^{2x} dx = \frac{(x+2)^2}{2} e^{2x} - \left[\frac{(x+2)}{2} e^{2x} - \int \frac{1}{2} e^{2x} dx \right]$$

$$= \frac{(x+2)}{2} e^{2x} \left[(x+2) - 1 \right] + \frac{1}{2} \int e^{2x} dx$$

$$= \frac{(x+2)}{2} e^{2x} \left[x+1 \right] + \frac{1}{4} e^{2x} + C$$

---

5) $V_x = \pi \int_0^{\pi/4} \cos^2(2x)\, dx$ $\left| \cos^2(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \cos(2x)\right] \right.$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}\left[1 + \cos(2 \cdot 2x)\right] dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/4} \left[1 + \cos(4x)\right] dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[x \Big|_0^{\pi/4} + \frac{sen(4x)}{4} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{\pi}{4} - 0\right) + \frac{1}{4}\left(\overset{0}{sen\left(4\frac{\pi}{4}\right)} - \overset{0}{sen(4 \cdot 0)} \right) \right] = \frac{\pi^2}{8}$$