| | |
|---|---|
| | **UFF – Universidade Federal Fluminense**<br>**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**<br>**Disciplina: Cálculo II**<br>**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**<br>**Nome do Aluno (letra forma): ______________________________**<br>**Assinatura do Aluno: _____________________________________**<br>**Prova Escrita Nº 1 01/2006** |

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- **Resolva todas as questões pois para a nota final serão consideradas as cinco questões com maior pontuação, acumulando então no máximo dez pontos.**

**Questão 1**: (Valor 2,0) Determine o domínio de determinação e os pontos de descontinuidade da função $f(x,y) = \left[a^2 - x^2 - y^2\right]^{-\frac{1}{2}} + arcsen\left(\frac{x}{a}\right) + \sqrt{xy}$ .

**Questão 2**: (Valor 1,0 – cada item) Determine os seguintes limites das funções abaixo, se existirem:

2.1) $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty \\ y\to+\infty}} \dfrac{(x+y)}{(x^2+y^2)}$ 2.2) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y\to 0}} \dfrac{x}{x+y}$ .

**Questão 3**: (Valor 2,0) Para a Função $f(x,y) = xy + e^{xy} sen(x+y)$ determine no ponto (0,0): o gradiente, a diferencial total de primeira ordem e a derivada na direção que forma com o eixo OX um ângulo de 120º.

**Questão 4**: (Valor 2,0) A função $z(x,y)$ é definida pelas equações: $\begin{cases} z = u^3 + v^3 \\ x = u + v \\ y = u^2 + v^2 \end{cases}$ , $u \neq v$. Encontre $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ na região $D = \{(x,y) \in \Re^2 ;\text{ tal que } x^2 + y^2 \le 1\}$.

**Questão 6**: (Valor 2,0) Encontre os extremos da função $f(x,y) = xy$ com a condição $x + y = 1$.

| | |
|---|---|
| | **UFF – Universidade Federal Fluminense**<br>**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**<br>**Disciplina: Cálculo II**<br>**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**<br>**Nome do Aluno (letra forma): ____________________________**<br>**Assinatura do Aluno: ____________________________**<br>**Prova Escrita Nº VR 01/2006** |

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

**Questão 1**:(Valor 1,0 – cada item) Determine os seguintes limites das funções abaixo, se existirem:

1.1) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (x^2+y^2)\,sen\left(\dfrac{1}{xy}\right)$ 1.2) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \dfrac{sen(xy)}{x}$

**Questão 2**: (Valor 2,0) Encontre os pontos de descontinuidade das funções:

| | |
|---|---|
| 2.1) $f(x,y)=\dfrac{1}{(x-y)^2}$ | 2.2) $f(x,y)=\dfrac{1}{(1-x^2-y^2)}$ |

**Questão 3**: (Valor 2,0) Para a função $f(x,y)=xy+e^{xy}sen(x+y)$ determine no ponto (0,0): o gradiente, a diferencial total de primeira ordem.

**Questão 4**: (Valor 2,0) Determine as coordenadas do centro de massa da região R limitada pelas circunferências $x^2+y^2=a^2$ e $x^2+y^2=b^2$, $b>a>0$ e que se encontra no primeiro quadrante. Considere a densidade constante $\rho(x,y)=c$.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Calcule o volume da região limitada pelos planos z = 0, z = a > 0, y = 0, pelo cilindro reto $x^2+y^2=2x$ e $y\geq 0$.

| | |
|---|---|
| | **UFF – Universidade Federal Fluminense**<br>**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**<br>**Disciplina: Cálculo II**<br>**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**<br>**Nome do Aluno (letra forma): __________________________**<br>**Assinatura do Aluno: ________________________________**<br>**Prova Escrita Nº 2 01/2006** |

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

**Questão 1**: (Valor 2,0) Calcule $II = \iint_R (x^3 y + \cos x)dxdy$, onde a região $R$ é definida pelo triângulo de vértices (0,0), $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$ e $\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$.

**Questão 2**: (Valor 2,0) Calcule $II = \iint_R e^{\left(\frac{y-x}{y+x}\right)} dxdy$, onde $R$ é o triângulo de vértices (0,0), (2,0) e (0,2). Sugestão: Use a mudança de variável $x = \frac{1}{2}(v-u)$ e $y = \frac{1}{2}(v+u)$.

**Questão 3**: (Valor 2,0) Calcule $II = \iint_R 2\ln\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$, onde $R$ é a região do primeiro quadrante situada entre os arcos das circunferências $x^2+y^2=a^2$ e $x^2+y^2=b^2$, $b>a>0$.

**Questão 4**: (Valor 2,0) Calcule $III = \iiint_V \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$, onde $V$ é a região do tetraedro limitado pelos planos $x = 0$, $y = 0$ e $x + y + z = 1$.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Calcule as coordenadas do centro de massa da região do centro de massa da região V limitada pelos planos z = 0, z = a > 0, $y$ = 0 e pelo cilindro reto $x^2+y^2=2x$, $y \geq 0$. A densidade volumétrica é constante, ou seja, $\rho(x,y,z)=c$.

Fórmulas Necessárias:

$$M = \iiint_V \rho(x,y,z)dxdydz \qquad M_{XY} = \iiint_Q \rho(x,y,z)zdxdydz \qquad M_{YZ} = \iiint_Q \rho(x,y,z)xdxdydz$$

$$M_{ZX} = \iiint_Q \rho(x,y,z)ydxdydz \qquad \bar{x} = \frac{M_{YZ}}{M} \qquad \bar{y} = \frac{M_{ZX}}{M} \qquad \bar{z} = \frac{M_{XY}}{M}$$

**UFF – Universidade Federal Fluminense**
**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**
**Disciplina: Cálculo II**
**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**
**Nome do Aluno (letra forma): ________________________________**
**Assinatura do Aluno: ______________________________________**
**Prova Escrita VS 01/2006**

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

**Questão 1**:(Valor 1,0 – cada item) Determine os seguintes limites das funções abaixo, se existirem:

a) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} x^2 y^2 sen(xy)$ b) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x}{x+y}$

**Questão 2**: (Valor 2,0) Para a função $z(x,y)$ definida pelas equações: $\begin{cases} z = u^3 + v^3 \\ x = u + v \\ y = u^2 + v^2 \end{cases}$, $u \neq v$.

Encontre $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

**Questão 3**: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ na região $D = \{(x,y) \in \Re^2; \text{tal que } x^2 + y^2 \leq 1\}$.

**Questão 4**: (Valor 2,0) Determine a integral dupla $II = \iint_R xydxdy$, onde $R$ é o paralelogramo limitado por $y = 2x$, $y = 2x - 2$, $y = x$ e $y = x + 1$. Dica tente usar a mudança de variáveis $x = u - v$ e $y = 2u - v$.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Calcule $III = \iiint_V z\sqrt{x^2 + y^2}\,dxdydz$, onde V é a região limitada pelos planos $z = 0$, $z = a > 0$ e pelo cilindro $x^2 + y^2 = 2x$.

Propriedades :

a) $\int K.f(x)dx = K\int f(x)dx$, $K$ constante real.

b) $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$

c) Importante : $\int (f(x).g(x))dx \neq \int f(x)dx \,.\int g(x)dx.$

d) $\frac{d}{dx}\left[\int f(x)dx\right] = f(x).$

Tabela :

1. $\int dx = x + C$

2. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$

3. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, ($n$ constante real, $n \neq$ -1).

4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + C$, ($a$ constante real. $a > 0$ e $a \neq 1$).

5. $\int e^x dx = e^x + C$

6. $\int sen(x)dx = -\cos(x) + C$

7. $\int \cos(x)dx = sen(x) + C$

8. $\int tg(x)dx = \ln|\sec(x)| + C$

9. $\int \mathrm{cotg}(x)dx = \ln|sen(x)| + C$

10. $\int \mathrm{cossec}(x)dx = \ln|\mathrm{cossec}(x) - \mathrm{cotg}(x)| + C$

11. $\int \sec(x)dx = \ln|\sec(x) + \mathrm{tg}(x)| + C$

12. $\int \sec^2(x)dx = tg(x) + C$

13. $\int \mathrm{cossec}^2(x)dx = -\mathrm{cotg}(x) + C$

14. $\int \sec(x).tg(x)dx = \sec(x) + C$

15. $\int \mathrm{cossec}(x).\mathrm{cotg}(x)dx = -\mathrm{cossec}(x) + C$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = arc\ sen\left(\frac{x}{a}\right) + C$

17. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} arc\ tg\left(\frac{x}{a}\right) + C$

18. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} arc\ \sec\left(\frac{x}{a}\right) + C$

19. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + C$

20. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$

(1) $y = c \Rightarrow y' = 0$

(2) $y = x^n \Rightarrow y' = nx^{n-1}$

(3) $y = c.f \Rightarrow y' = c.f'$

(4) $y = f \pm g \Rightarrow y' = f' \pm g'$

(5) $y = f.g \Rightarrow y' = f'.g + f.g'$

(6) $y = \frac{f}{g} \Rightarrow y' = \frac{f'.g - f.g'}{g^2}$

(7) $y = f^n \Rightarrow y' = n.f^{n-1}.f'$

(8) $y = a^f \Rightarrow y' = a^f.\ln(a).f'$ ,($a > 0$ e $a \neq 1$)

(9) $y = \log_a^f$ ,$(f > 0) \Rightarrow y' = \frac{f'}{f.\ln(a)}$ ,($a > 0$ e $a \neq 1$)

(10) $y = \ln(f), (f > 0) \Rightarrow y' = \frac{f'}{f}$

(11) $y = sen(f) \Rightarrow y' = \cos(f).f'$

(12) $y = \cos(f) \Rightarrow y' = -sen(f).f'$

(13) $y = tg(f) \Rightarrow y' = \sec^2(f).f'$

(14) $y = \cot g(f) \Rightarrow y' = -\mathrm{cossec}^2(f).f'$

(15) $y = \sec(f) \Rightarrow y' = \sec(f).\mathrm{tg}(f).f'$

(16) $y = \mathrm{cossec}(f) \Rightarrow y' = -\mathrm{cossec}(f).\mathrm{cotg}(f).f'$

(17) $y = arc\ sen(f) \Rightarrow y' = \frac{f'}{\sqrt{1 - f^2}}$

(18) $y = arc\ \cos(f) \Rightarrow y' = -\frac{f'}{\sqrt{1 - f^2}}$

(19) $y = arc\ \mathrm{tg}(f) \Rightarrow y' = \frac{f'}{1 + f^2}$

(20) $y = arc\ \mathrm{cotg}(f) \Rightarrow y' = -\frac{f'}{1 + f^2}$

(21) $y = arc\ \sec(f), |f| > 1 \Rightarrow y' = \frac{f'}{|f|\sqrt{f^2 - 1}}$

(22) $y = arc\ \mathrm{cossec}(f), |f| > 1 \Rightarrow y' = -\frac{f'}{|f|\sqrt{f^2 - 1}}$

**UFF – Universidade Federal Fluminense**
**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**
**Disciplina: Cálculo II**
**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**
**Nome do Aluno (letra forma): ______________________________**
**Assinatura do Aluno: ______________________________**
**Prova Escrita Nº 1 02/2006**

**Observações:**

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com caneta azul ou preta;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**
- **Resolva todas as questões pois para a nota final serão consideradas as cinco questões com maior pontuação, acumulando então no máximo dez pontos.**

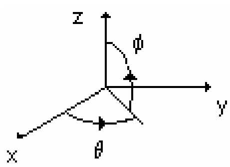
**Questão 1**: (Valor 2,0) Determine o domínio de definição e imagem das funções *Z(x,y)* dadas de forma implícita através da relação: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$.

**Questão 2**: (Valor 1,0 – cada item) Determine os seguintes limites das funções abaixo, se existirem:

2.1) $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ y\to 1}} \dfrac{(x-1)^2 - (y-1)^2}{(x-1)^2 + (y-1)^2}$

2.2) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y\to 0}} \dfrac{x^2 + xy - y^2}{|x| + |y|}$.

**Questão 3**: (Valor 2,0) Para a Função $f(x,y,z) = e^{xyz}\cos(x+y+z)$ determine no ponto (0,0,0): o gradiente, a diferencial total de primeira ordem e a derivada na direção que forma com o eixo OX um ângulo de $\theta = 90^o$ e $\phi = 90^o$ com o eixo OZ.




**Questão 4**: (Valor 2,0) Considere $x(u,v)$ e $y(u,v)$ duas funções da classe $C^1(R)$, onde $R$ é uma região aberta do $\mathrm{IR}^2$. Suponha que existem as funções inversas $u(x,y)$ e $v(x,y)$. Determine $\mathbf{JJ}^{-1}$ sabendo que $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v} \\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{bmatrix}$, $\mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{\partial u}{\partial y} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}$ e que $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{1}{J}\dfrac{\partial y}{\partial v}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x} = -\dfrac{1}{J}\dfrac{\partial y}{\partial u}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{1}{J}\dfrac{\partial x}{\partial v}$, $\dfrac{\partial v}{\partial y} = \dfrac{1}{J}\dfrac{\partial x}{\partial u}$, onde $J = Det\mathbf{J}$.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos das funções $\mathrm{Z}_1(\mathrm{x},\mathrm{y})$ e $\mathrm{Z}_2(\mathrm{x},\mathrm{y})$ da questão 1 definidas no seu domínio.

| | |
|---|---|
| | **UFF – Universidade Federal Fluminense**<br>**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**<br>**Disciplina: Cálculo II**<br>**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**<br>**Nome do Aluno (letra forma): ______________________________**<br>**Assinatura do Aluno: _____________________________________**<br>**Prova Escrita Nº 2 02/2006** |

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

**Questão 1**: (Valor 2,0) Determine $II = \iint_R 1dxdy$, onde a região $R$ é limitada pelas equações $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$ e $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$.

**Questão 2**: (Valor 2,0) Determine $II = \iint_R xdxdy$, onde $R$ é a região limitada pela reta que passa pelos pontos (2,0) e (0,2) e o arco da circunferência de raio 1 com centro no ponto (0,1).

**Questão 3**: (Valor 2,0) Determine $II = \iint_R \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2}} dxdy$, onde $R$ é a parte do circulo de raio "***a***" com centro no ponto (0,0) que fica situada no primeiro quadrante.

**Questão 4**: (Valor 4,0) Determine as coordenadas do centro de massa da região V limitada pelos planos z = 0, z = a > 0 e pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$. A densidade volumétrica é $\rho(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Fórmulas Necessárias:

$M = \iiint_V \rho(x,y,z)dxdydz$, $M_{XY} = \iiint_V \rho(x,y,z)zdxdydz$, $M_{YZ} = \iiint_V \rho(x,y,z)xdxdydz$,

$M_{ZX} = \iiint_V \rho(x,y,z)ydxdydz$, $\bar{x} = \frac{M_{YZ}}{M}$, $\bar{y} = \frac{M_{ZX}}{M}$, $\bar{z} = \frac{M_{XY}}{M}$.

| | |
|---|---|
| | **UFF – Universidade Federal Fluminense**<br>**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**<br>**Disciplina: Cálculo II**<br>**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**<br>**Nome do Aluno (letra forma): ______________________________**<br>**Assinatura do Aluno: ____________________________________**<br>**Prova Escrita VR 02/2006** |

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

**Questão 1**:(Valor 1,0 – cada item) Determine os seguintes limites das funções abaixo, se existirem:

a) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 3}} \dfrac{(x-2)^2+2(y-3)^2}{3(x-2)^2+(y-3)^2}$  b) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^4+x^2y^2+y^4}{x^2+y^2}$

**Questão 2**: (Valor 2,0) Seja $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2+axy+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, & se\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & se\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$. Como deve ser escolhido o número $a \in R$ para que $f(x,y)$ seja continua no ponto $(x,y)=(0,0)$?

**Questão 3**: (Valor 2,0) Para a função $f(x,y,z)=4[sen(x+y+z)\cos(x+y+z)]^2$ determine no ponto $(x,y,z)=(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6})$: o gradiente, a diferencial total de primeira ordem e a derivada direcional na direção $\alpha=\frac{\pi}{4}$, $\beta=\frac{\pi}{4}$ e $\gamma=\frac{\pi}{4}$.

**Questão 4**: (Valor 2,0) Determine as coordenadas do centro de massa da região R limitada pelas duas circunferências $x^2+y^2=a^2$ e $x^2+y^2=b^2$, $b > a > 0$ e que se encontra no primeiro quadrante. Considere a densidade superficial de massa no ponto (x,y) diretamente proporcional à distância ao origem de coordenada.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Calcule o volume da região limitada pelas superfícies $z=x^2+y^2$, $z=-(x^2+y^2)$ e o cilindro reto $x^2+y^2=1$.

| | |
|---|---|
| | **UFF – Universidade Federal Fluminense**<br>**Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda**<br>**Disciplina: Cálculo II**<br>**Prof. Gustavo Benitez Alvarez**<br>**Nome do Aluno (letra forma): ______________________________**<br>**Assinatura do Aluno: ____________________________________**<br>**Prova Escrita VS 02/2006** |

Observações:

- **Desligue os aparelhos celulares;**
- **Não rasure esta folha, pois cálculos realizados nesta, não serão considerados. Use a folha de Respostas;**
- **Não existem dúvidas a serem esclarecidas. A interpretação de cada questão faz parte da Avaliação;**
- **Provas respondidas à lápis não terão direito a recorreção. Logo, faça a prova com <u>caneta azul</u> ou <u>preta</u>;**
- **Não é permitido compartilhar materiais didáticos;**
- **É permitido o uso de calculadoras científicas;**

**Questão 1**:(Valor 1,0 – cada item) Determine os seguintes limites das funções abaixo, se existirem:

a) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \dfrac{x^3+3x^2y+5y^2}{xy}$ b) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 0}} \dfrac{x^3+3x^2y+5y^3}{x^2+y^2}$

**Questão 2**: (Valor 2,0) Seja $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2+xy+y^2+a}{\sqrt{x^2+y^2}}, & se\ (x,y)\neq(0,0) \\ b, & se\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$. Como devem ser escolhidos os números $a\in R$ e $b\in R$ para que $f(x,y)$ seja continua no ponto $(x,y)=(1,1)$ ?

**Questão 3**: (Valor 2,0) Encontre os extremos relativos e absolutos da função $f(x,y)=x^3+y^3$ na região $D=\{(x,y)\in\Re^2;\text{tal que -}1\le x\le 1,\ \text{-}1\le y\le 1\}$.

**Questão 4**: (Valor 2,0) Determine as coordenadas do centro de massa da região R limitada pelas duas circunferências $x^2+y^2=a^2$ e $x^2+y^2=b^2$, $b>a>0$ e que se encontra no primeiro quadrante. Considere a densidade superficial de massa no ponto (x,y) diretamente proporcional à distância ao origem de coordenada.

**Questão 5**: (Valor 2,0) Calcule $III=\iiint\limits_V\left(\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}\right)dxdydz$, onde V é um elipsóide definido por $V=\left\{(x,y,x)\in\Re^3\ /\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1\right\}$.