

Trabalho I: Mecânica Clássica e Quântica

Prof. Gustavo Benitez Alvarez

PPG - Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia

EEIMVR - Universidade Federal Fluminense

O Problema de Dois Corpos (Problema de Kepler).

Considere o problema de interação gravitacional entre dois corpos esféricos que podem ser considerados como partículas pontuais com massa constante m_1 e m_2 (sistema Sol-Terra ou Terra-Lua), onde a lei da gravitação universal de Newton $\vec{F} = -G\frac{m_1m_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$ é uma força conservativa $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$ com potencial $U = -G\frac{m_1m_2}{|\vec{r}|}$.

1) Usando a Mecânica Newtoniana e conhecendo as condições iniciais $\vec{r}_1(t=0) = \vec{r}_1(0)$, $\vec{v}_1(t=0) = \vec{v}_1(0)$ e $\vec{r}_2(t=0) = \vec{r}_2(0)$, $\vec{v}_2(t=0) = \vec{v}_2(0)$, encontre a posição de ambos corpos em cada instante de tempo.

2) Faça simulações computacionais mostrando a evolução do sistema (pequenos vídeos) com a solução encontrada para dois cenários abaixo. É recomendado realizar as simulações computacionais no problema Adimensionalizado, o qual pertence colocar o problema numa escala apropriada para o computador.

2.1) Cenário 1: a massa de ambas partículas é a mesma $m_1 = m_2$. Considere dois tipos de condições de contorno. Partículas próximas em repouso e com velocidade diferente de zero. Partículas não tão próximas em repouso e com velocidade diferente de zero.

2.2) Cenário 2: a massa de ambas partículas é diferente $m_1 = 333000m_2$. Considere dois tipos de condições de contorno. Partículas próximas em repouso e com velocidade diferente de zero. Partículas não tão próximas em repouso e com velocidade diferente de zero.

3) Usando a Mecânica Lagrangiana (Equações de Euler-Lagrange), encontre a solução do mesmo problema físico.

4) Usando a Mecânica Hamiltoniana (Equações de Hamilton), encontre a solução do mesmo problema físico.

5) Compare os três formalismos usados para resolver o problema.

6) Verifique se as três principais leis de conservação são válidas (momento linear, energia total e momento angular).

7) Tente resolver o mesmo problema de interação gravitacional entre dois corpos esféricos que podem ser considerados como partículas pontuais com massa variável $m_1 = m_{10}e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ e $m_2 = m_{20}e^{-\frac{t}{\tau_2}}$, onde m_{10} , m_{20} , τ_1 e τ_2 são constantes positivas conhecidas. Use para as massas constantes m_{10} e m_{20} os valores utilizados nos itens anteriores. Para os parâmetros τ_1 e τ_2 use valores tais que permitam que os corpos possam perder massa rapidamente ou lentamente num intervalo de tempo predefinido.

Observações

- 1- Forme grupos contendo entre 6 e 10 alunos para resolver o trabalho.
- 2- Consulte todo o material disponibilizado durante as aulas.
- 3- Consulte Inteligências Artificiais.
- 4- Use ferramentas computacionais.
- 5- Prepare uma apresentação em forma de slides do trabalho.